

【土の指示的性質の演習問題】

単位に対する注意:

密度と単位体積重量, 質量と重量 の関係:

$$\text{密度}(\rho) = \text{質量}(M) / \text{体積}(V) \quad \text{単位: kg/m}^3 \text{ (SI 単位), t/m}^3$$

$$\text{単位体積重量}(\gamma) = \text{重量}(W) / \text{体積}(V) \quad \text{単位: kN/m}^3 \text{ (SI 単位), tf/m}^3$$

質量と重量の違いは重力加速度 g がかかっているかどうかで,

$$\gamma = \rho g$$

となるので, SI 単位で書けば

$$\text{水の密度}(\rho_w) \text{ は } 1000 \text{ kg/m}^3, \text{ 水の単位体積重量}(\gamma_w) \text{ は } 9.8 \text{ kN/m}^3$$

と明らかに異なることがわかるが, 重力単位系で書くと,

$$\text{水の密度}(\rho_w) \text{ は } 1 \text{ t/m}^3, \text{ 水の単位体積重量}(\gamma_w) \text{ は } 1 \text{ tf/m}^3$$

となり, 'f' が付くかどうかだけの違いとなる。ちなみに 'f' は重力加速度が加わっていることを示す記号であり, 「フォースあるいは重 (じゅう)」と読む。日本では, 実務において依然として, SI 単位より重力単位を使用する人が多いので注意する。

問題

高速道路の盛土を築造するのにあたり, 材料土を近隣の土取り場から調達することになった。以下の問いに答えよ。

- (1) 土取り場における土全体の湿潤密度は 1.8 t/m^3 であった。この土の土粒子密度は 2.7 t/m^3 であり, 含水比は 15% であった。この土取り場における土の間隙比と飽和度を求めよ。

仮に体積 V の土取り場の土について考える。土の質量 M は湿潤密度 ρ_t を用いて,

$$M = \rho_t \cdot V$$

また, この土で土粒子が占める質量 M_s を含水比 $w = M_w / M_s$ を用いて求める。

$$M = M_w + M_s \text{ より, } \quad (\leftarrow \text{空気の質量は無視することに注意})$$

$$\frac{M}{M_s} = \frac{M_w}{M_s} + \frac{M_s}{M_s} = w + 1 \quad \text{よって} \quad M_s = \frac{M}{w + 1} = \frac{\rho_t}{w + 1} V$$

この土の土粒子の占める体積 V_s は土粒子密度 ρ_s を用いて、

$$V_s = \frac{M_s}{\rho_s} = \frac{\rho_t}{\rho_s} \frac{V}{w+1}$$

$V = V_s + V_v$ より、この土の間隙の体積は $V_v = V - V_s$ であるから間隙比 e は

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{V - V_s}{V_s} = \frac{V}{V_s} - 1 = \frac{1}{\frac{\rho_t}{\rho_s} \frac{1}{w+1}} - 1 = \frac{\rho_s(w+1)}{\rho_t} - 1$$

$$\text{したがって、} e = \frac{2.7 \times 1.15}{1.8} - 1 = 0.725$$

また、間隙水の占める体積 V_w は、間隙水の質量 M_w と密度 ρ_w より

$$V_w = \frac{M_w}{\rho_w} = \frac{w \cdot M_s}{\rho_w} = \frac{w \cdot \frac{\rho_t}{\rho_s} V}{w+1} = \frac{w}{w+1} \frac{\rho_t}{\rho_w} V \quad (\because M_w = w \cdot M_s)$$

飽和度 S_r は

$$S_r = \frac{V_w}{V_v} = \frac{\frac{w}{w+1} \frac{\rho_t}{\rho_w} V}{1 - \frac{\rho_t}{\rho_s} \frac{1}{w+1}} = \frac{\frac{w}{w+1} \frac{\rho_w}{\rho_t}}{\frac{\rho_s}{\rho_t} - \frac{1}{w+1}}$$

$$\text{したがって、} S_r = \frac{0.15/1}{1.15/1.8 - 1/2.7} = 0.559 \quad \therefore 55.9\%$$

(2) 締固めによって築造される盛土の乾燥密度は 1.75t/m^3 を目標としている。この盛土の密度と飽和度を求めよ。

ここでは、盛土の体積をあらためて V と仮定する。

(※別に V' でも V_1 でも何でもかまわないが簡単のため、(1)と同じ V とおくが、混乱はないと考える。)

この盛土を築造するために必要な土全体の中で土粒子の占める質量 M_s は、

$$M_s = \rho_d \cdot V$$

盛土は締固めによって築造されるが、締固める前と後では土の間隙が小さくなるだけで、土粒子と間隙水の量は変わらないことに注意する。すなわち、含水比は間隙水と土粒子の質量の比であるので、含水比は締固めによって変化せず、(1)で使用した含水比 ($w = 0.15$) がそのまま使用できる。(もちろん、締固め中に水は蒸発などして、無くなることはないとは仮定している)

したがって、この盛土に含まれる間隙水の質量 M_w は、

$$M_w = w \cdot M_s = w \cdot \rho_d \cdot V$$

盛土の質量 M は、 $M = M_s + M_w$ より、

$$M = M_s + M_w = (1+w) \cdot \rho_d \cdot V$$

したがって、盛土の密度（ここでは湿潤密度 ρ_t ）は、

$$\rho_t = \frac{M}{V} = (1+w) \cdot \rho_d = 1.15 \times 1.75 = 2.01 \text{ (t/m}^3\text{)}$$

また、この盛土において土粒子が占める体積 V_s は

$$V_s = \frac{M_s}{\rho_s} = \frac{\rho_d}{\rho_s} V \quad \text{であり、}$$

間隙水が占める体積 V_w は

$$V_w = \frac{M_w}{\rho_w} = \frac{w \cdot M_s}{\rho_w} = \frac{w \cdot \rho_d}{\rho_w} V$$

一方、間隙全体（間隙水+間隙空気）が占める体積は $V_v = V - V_s$ より、

$$V_v = V - \frac{\rho_d}{\rho_s} V = \left(1 - \frac{\rho_d}{\rho_s}\right) V$$

結局、この盛土の飽和度 S_r は

$$S_r = \frac{V_w}{V_v} = \frac{\frac{w \cdot \rho_d}{\rho_w} V}{\left(1 - \frac{\rho_d}{\rho_s}\right) V} = \frac{w \cdot \rho_d}{\rho_w \left(1 - \frac{\rho_d}{\rho_s}\right)} = \frac{0.15 \times 1.75}{1 \times \left(1 - \frac{1.75}{2.7}\right)} = 0.746 \quad \therefore 74.6\%$$

(3) 盛土築造後に大雨が降り、盛土の間隙に雨水が完全に浸潤してしまい、飽和度が 100% になってしまった。この時の盛土の湿潤密度はいくらか。

飽和度 100%，すなわち $S_r = 1.0$ となり、間隙中はすべて水で満たされてしまい、間隙水の体積は V_v （(2)で求めた値）となる。

したがって、浸潤後の盛土内の間隙水の質量 M'_w は、

$$M'_w = \rho_w \cdot V_v = \rho_w \cdot \left(1 - \frac{\rho_d}{\rho_s}\right) V$$

盛土全体の質量は土粒子の占める質量 M_s と M'_w との和であるので、

$$M = M_s + M'_w = \rho_d \cdot V + \rho_w \cdot \left(1 - \frac{\rho_d}{\rho_s}\right) V$$

浸潤後の盛土の湿潤密度は

$$\rho_t = \frac{M}{V} = \rho_d + \rho_w \cdot \left(1 - \frac{\rho_d}{\rho_s}\right) = 1.75 + 1 \times \left(1 - \frac{1.75}{2.7}\right) = 2.10 \text{ (t/m}^3\text{)}$$

以上は、密度 ρ と質量 M を使って計算をしているが、単位体積重量 $\gamma (= \rho g)$ を用いて議論する場合には、質量の代わりに重量 $W (= Mg)$ を用いることに注意する。

問題のポイント：

①いろいろな式を丸暗記せずに、とにかく最低限、

$$\text{含水比 } w = \frac{M_w}{M_s} (= \frac{W_w}{W_s})$$

$$\text{間隙比 } e = \frac{V_v}{V_s}$$

$$\text{飽和度 } S_r = \frac{V_w}{V_v}$$

質量と体積の関係式 (or 重量と体積の関係式)

$$M_s = \rho_s V_s \quad (W_s = \gamma_s V_s)$$

$$M_w = \rho_w V_w \quad (W_w = \gamma_w V_w)$$

$$M = \rho_t V \quad (W = \gamma_t V)$$

$$M_s = \rho_d V \quad (W_s = \gamma_d V)$$

(※このうち、湿潤密度 ρ_t と乾燥密度 ρ_d は、土全体 (土粒子と水と空気) の体積 V に対して定義されていることに注意する)

さえ知っていれば、このような問題は必ず解ける。

② 締固め前後で変化するのは、空気が入っている間隙の体積だけであることを忘れずに覚えておく。

すなわち、盛土に含まれる

- ・土粒子：体積も質量も変わらない。
- ・間隙水：体積も質量も変わらない。
- ・間隙空気：体積は変わるが、質量は無視する。

したがって、含水比は土粒子と間隙水の質量比 (重量比) なので、

- ・盛土の含水比も変わらない。
- もちろん、間隙比、飽和度は体積の比なので、
- ・盛土の間隙比、飽和度は変わる。

③この問題は実際の体積や質量が具体的に与えられていないので、若干ややこしくなっている (式の誘導のようになっている)。しかし、具体的な数字が与えられた問題ならば、順番に計算していけばよいので、電卓さえ使えばもっと簡単に解ける。