土質力学Ⅰ及び演習（Ｂ，Ｃ班合同授業：小高担当）　配付資料 No.4 （2005.11.1）

【土の鉛直一次元場での応力分布】

(1)パイプ内の各断面に働く圧力

図 1 のように, 2 つのパイプの水位が等しく，砂柱内には水が流れない場合から，順を追って考える。この場合，右側のパイプ内の全水頭，位置水頭，圧力水頭は図 1 に示す通りだが，パイプ内の各断面で作用する鉛直方向の圧力の分布について考えてみる。ひとくちに圧力と言っても，この場合には，すでに示している圧力水頭で表されている「水だけの圧力（水圧）」と，砂柱の重量を含む「全体の圧力」がある。

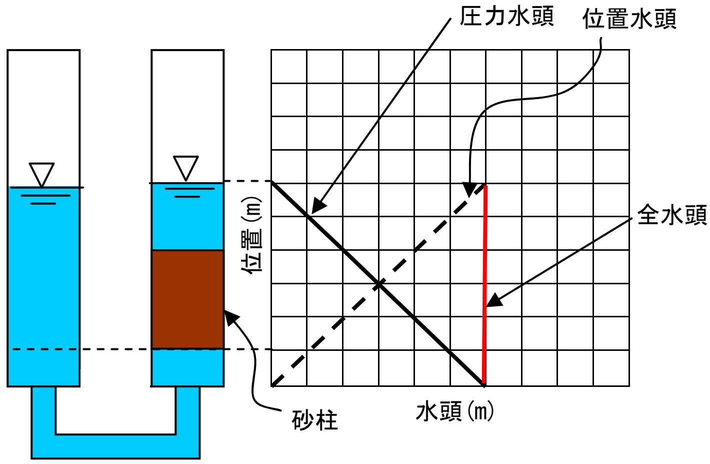

図 1

砂柱を構成する砂の飽和単位体積重量 γ_{sat} が 2(tf/m^3)であった時，右側のパイプの鉛直方向の圧力の分布は図 2 のようになる。

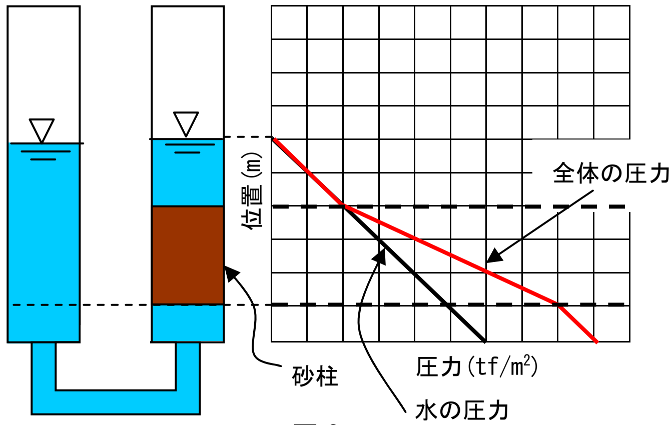

図 2

(a)砂柱を含む全体の圧力分布

z=4～6(m)：鉛直方向の圧力は水圧のみを考え，水の単位体積重量で計算する。

水の単位体積重量を $\gamma_w = 1$(tf/m^3)とすると，z=6(m)で 0(tf/m^2)，z=4(m)で 2(tf/m^2)となる。

z=1～4(m)：水も含んだ砂柱の重量で計算する。

砂柱の飽和単位体積重量が γ_{sat} =2(tf/m^3)であるので，3(m)の砂柱があれば，砂柱上端から下端までに 2(tf/m^3)×3(m)= 6(tf/m^2)の圧力増分がある。結局，水の上端から含めて考えれば，砂柱下端の圧力は 2+6=8(tf/m^2)となる。

z=0～1(m)：再び水のみとなるので，砂柱下端より，1(m)分の水圧 1(tf/m^2)が加算されて，z=0(m)の基準面では，合計 9(tf/m^2)の圧力が鉛直に作用することになる。

この全体の圧力は，右側のパイプの各深さにおいて，それ以深の水と砂を全部まとめて計った重量を，パイプの断面積で割ったようなものに等しい。左側のパイプの水位には無関係であることに注意する。

(b)水圧分布

2 つのパイプの水位が等しく，水は静置しているので，水圧の分布は「静水圧」分布となる。すなわち，水の単位体積重量×深さ　で水圧分布は算定でき，右側のパイプの水圧分布は上から下まで一直線となる。

(c)全応力，有効応力，間隙水圧

水だけの部分には圧力は水圧しか存在しないが，砂柱の部分では，「水圧」と「全体の圧力」を考えなければならない。砂柱の区間だけを考えると，「全体の圧力」は「全応力」と呼び，「水圧」は「間隙水圧」と呼ぶ。また，「全応力」と「間隙水圧」の差を「有効応力」と呼ぶ。すなわち，

「全応力」＝「有効応力」＋「間隙水圧」

この場合の有効応力は，砂柱の各深さにおいて，通水性の金網（砂はこぼれない網）を差し込んだ時に，その金網に作用する圧力に等しい。全応力は砂と水の重量で決まる絶対的なものであるが，有効応力は間隙水圧の値と密接に関連していることに注意する。図 2 のように左右のパイプの水位が等しい静水圧状態の時には，有効応力＝砂の水中単位体積重量×砂柱の深さ　で算定可能だが，左右のパイプの水位が異なる場合には, このように単純に有効応力は算定できない（後述する透水力の概念を用いなければならない）。

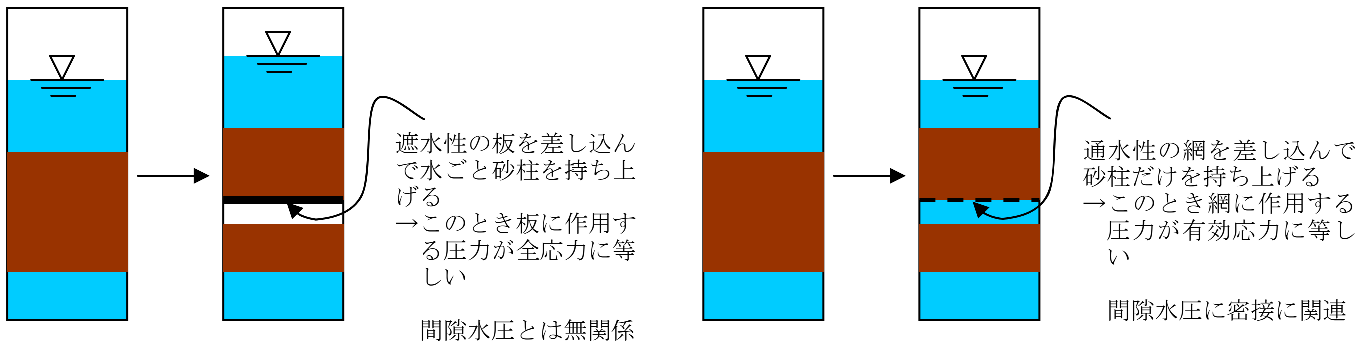

図 3　一次元場での全応力と有効応力の考え方

(2) 上向き浸透場での全応力，間隙水圧，有効応力

図 4 に示す上向き浸透場での砂柱の全応力と間隙水圧について考える。全応力は，右側のパイプの砂と水の重量だけで決まる絶対的なものなので，図 3 と全く同じ。砂柱下端での間隙水圧は，左側のパイプの水位の上昇にあわせて増加する。この場合，全応力から間隙水圧を引いて求められる有効応力は，砂柱下端において 1(tf/m^2)となり，かなり小さくなる。

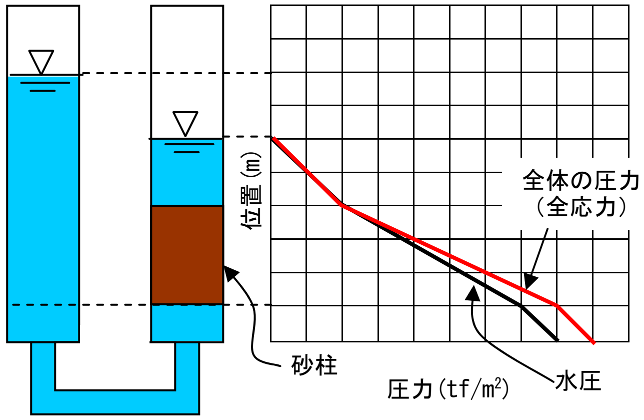

図 4

(3) クイックサンド現象

さらに，左側のパイプの水位が 1(m)上昇する場合を考える。全応力は不変であるが，水圧はさらに上昇し，砂柱の中においても全応力と間隙水圧は一致する。すなわち，砂柱全体を通して，有効応力はゼロとなる。このとき，砂柱上端に網でも被せておかない限り，砂は水とともに沸き上がるような現象（ボイリング）を呈する。この現象を，見た目からボイリングと呼んだり，クイックサンド現象と呼んだりする。また，クイックサンド現象が起こる時の動水勾配を，限界動水勾配と呼ぶ。

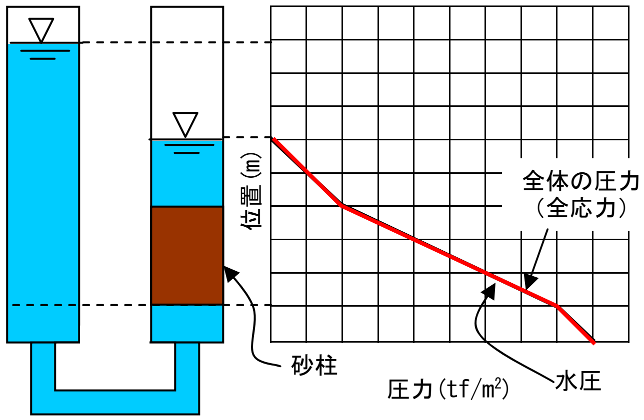

図 5

(4) 限界動水勾配と透水力

(a) 全応力，間隙水圧，有効応力の式示

この節から簡単のため座標の取り方を変える。図 4 から図 5 を通して，砂柱の下端から計測して，右のパイプの水位を H_1，左のパイプの水位を H_2 とし，砂柱の高さを z とする

- 砂柱の下端に上から作用する圧力： $\gamma_{sat} \cdot z + \gamma_w \cdot (H_1 - z)$
- 砂柱の下端に下から作用する圧力： $\gamma_w \cdot H_2$
- 砂柱の下端での圧力の差 p：

$$p = \{\gamma_{sat} \cdot z + \gamma_w \cdot (H_1 - z)\} - \gamma_w \cdot H_2 = (\gamma_{sat} - \gamma_w) \cdot z - (H_2 - H_1) \cdot \gamma_w$$

$$= \gamma' \cdot z - (H_2 - H_1) \cdot \gamma_w \qquad (1)$$

ただし，$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ であり，γ' は水中単位体積重量である。

この p の値が正ならば，砂は下から支えられている状態であり，安定している。この p が（鉛直方向の）有効応力そのものであり，新たに σ'_v と表記する。また，（鉛直方向の）全応力は，上から作用する圧力であるが，新たに σ_v と表記する。

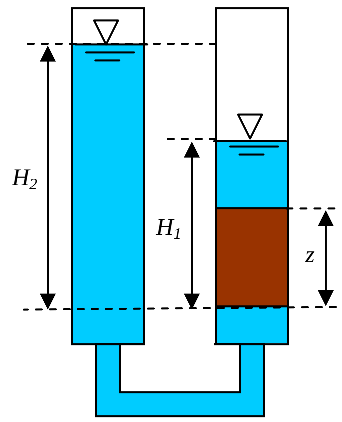

図 6

結果として，砂柱下端での全応力，間隙水圧，有効応力は，

全応力　： $\sigma_v = \gamma_{sat} \cdot z + \gamma_w \cdot (H_1 - z)$ (2)

間隙水圧： $u = \gamma_w \cdot H_2$ (3)

有効応力： $\sigma'_v = \gamma' \cdot z - (H_2 - H_1) \cdot \gamma_w$ (4)

であり，$\sigma_v = \sigma'_v + u$ が成り立つ（有効応力の原理）。

(b) 透水力

有効応力の式を z で微分して，砂柱内での勾配を計算する。すなわち，

$$\frac{d\sigma'_v}{dz} = \gamma' - \frac{d(H_2 - H_1)}{dz} \cdot \gamma_w = \gamma' - i \cdot \gamma_w \quad \text{（下向きを正）} \qquad (5)$$

ただし，i は砂柱内の動水勾配

静水圧の状態（図 2）であれば，砂柱内の動水勾配はゼロであるので，有効応力は

$$\frac{d\sigma'_v}{dz} = \gamma' \qquad (6)$$

と表され，式(6)の積分形すなわち，γ' に深さ z をかけることにより，有効応力は計算できるが，砂柱内に水の流れがある場合には，動水勾配を考慮して式(5)を用いて計算しなければならない。

式(5)中の $i \cdot \gamma_w$ を透水力と呼び，動水勾配に応じて加わる力である。透水力は，重力と同様に土の内部に直接作用する物体力である。ようするに，透水力は水が砂柱中の小さな間隙の中を流れる時にうける抵抗の反作用として，砂に作用する力である。

(c) 限界動水勾配とクイックサンド

式(5)の両辺がゼロになり，境界においても σ_v' がゼロであれば，砂柱のいたるところで σ_v' はゼロになる。すなわち，これがクイックサンド現象の発生条件であり，クイックサンド発生時の動水勾配を限界動水勾配 i_c と呼ぶ。

$$\frac{d\sigma_v'}{dz} = \gamma' - i_c \cdot \gamma_w = 0 \qquad \therefore i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w} (= \frac{G_s - 1}{1 + e}) \qquad (7)$$

これは，クイックサンドが発生する時の 2 つのパイプの水位差は，式(7)の限界動水勾配から求めることができるが，式(5)の有効応力をゼロに等置することにより直接求めることもできる。（もともと同じ式なのだから当然であるが）

$$\sigma_v' = \gamma' \cdot z - (H_2 - H_1) \cdot \gamma_w = 0 \qquad \therefore H_2 - H_1 = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \cdot z = i_c \cdot z = \frac{G_s - 1}{1 + e} \cdot z \qquad (8)$$

これらの式より，図 4 の状態から，あとどれくらい左側のパイプの水位を上げたら，クイックサンド状態になってしまうかを予測することができる。

クイックサンド状態の砂は，土粒子が完全に浮遊した状態となり，液体状になる（地震時の液状化と同じ状態）。そのため，支持力は全く無くなり，重い物体が砂上に置いてあった場合には，その物体は底なし沼のように砂中に沈んでいってしまう。