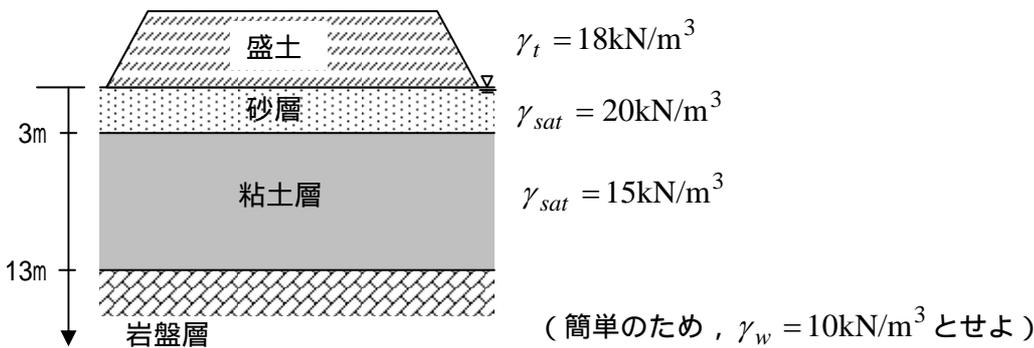


【2004.12.15 実施の小テストの解答】



上図のような地盤に 5m の盛土を作る。

- (1) 盛土構築前と構築直後および構築から圧密を終了するのに十分時間が経過した後の砂層から粘土層 (深度 0~13m) の全応力, 有効応力および間隙水圧分布を示せ。

(a) 盛土構築前

全応力分布を求める。

- ・ 応力分布を考える際には, まずどんな場合にも全応力分布を求める。
- ・ 全応力は, 土も水も含んだ単位体積重量で計算するので, 地下水面より下の飽和土の場合は水中単位体積重量  $\gamma_{sat}$  で, 地下水面より上の不飽和土の場合には湿潤単位体積重量  $\gamma_t$  を用いて計算する。
- ・ この問題の場合, 上部の砂層の全応力分布は

砂層:  $\sigma = \gamma_{sat} \cdot z = 20z, \quad 0 \leq z \leq 3(m)$

粘土層:  $\sigma = \gamma_{sat} \cdot (z - 3) + (\text{砂層の重量による全応力})$   
 $= 15(z - 3) + 20(\text{kN/m}^3) \times 3(m) = 15z + 15, \quad 3 \leq z \leq 13(m)$

- ・ 注意すべきことは, 全応力は力の釣り合いを満たさないといけないので, 砂層と粘土層の境で不連続になることはあり得ず, 必ず連続していることである。要するに, 粘土層の全応力を求めるときには, 上の砂層の重量による全応力 (この場合  $60\text{kN/m}^2$ ) を単純に加えれば良いということ。このようなわかりやすさから全応力分布から求めるべきである。なお, 分布を求めるのに, 上のようにわざわざ式示する必要はなく, 砂層の全応力分布の傾きが 20 であり, 粘土層上端で  $60 (= 20 \times 3)$  となるので, 粘土層での全応力分布は, 60 から連続して傾き 15 の直線を描けば良い (粘土層の最下端まで 10m あるので, 最下端の -13m の位置の全応力は  $60 + 15 \times 10 = 210$  となり, その間を直線で結べばよい。

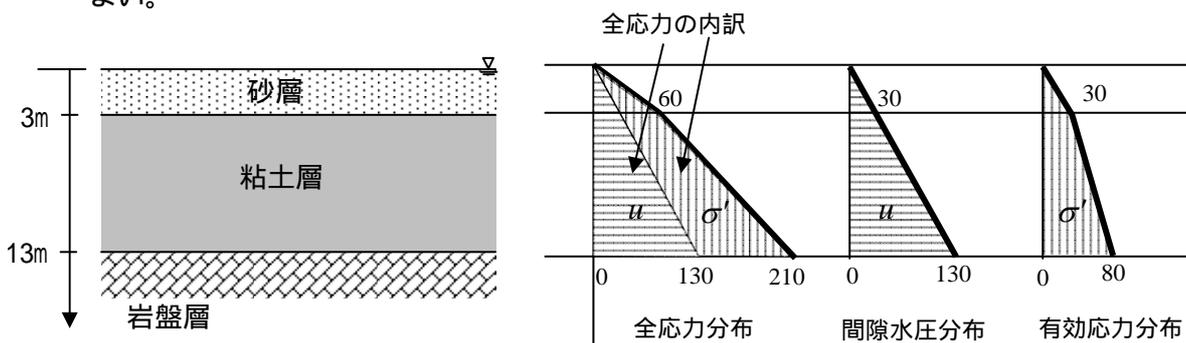


図-1 盛土構築前

間隙水圧分布を求める

- ・盛土構築前は、砂層も粘土層も地下水によって静水圧分布となっている。静水圧分布とは、水の単位体積重量  $\gamma_w$  のみによって生じている水圧の分布。ここでは、下式で表される。

$$u = \gamma_w \cdot z = 10z, \quad 0 \leq z \leq 13(m)$$

有効応力分布を求める

- ・すでに全応力分布、間隙水圧分布がわかっているので、有効応力分布はその差をとれば良い。

$$\sigma' = \sigma - u = 20z - 10z = 10z, \quad 0 \leq z \leq 3(m)$$

$$\sigma' = \sigma - u = (15z + 15) - (10z) = 5z + 15, \quad 3 \leq z \leq 13(m)$$

- ・上式の勾配は砂層と粘土層の水中単位体積重量  $\gamma'$  となっている。このような単純な問題では、有効応力分布を直接、 $\sigma' = \gamma' \cdot z$  で求めることができるが、水圧の条件（浮力の他に浸透力が働いている場合）等によって成り立たない場合も多いので、そのような癖はつけない方が良い。

(b) 盛土構築直後

全応力分布を求める。

- ・単位体積重量  $18(\text{kN/m}^3)$  の土で  $5(\text{m})$  の盛土を造ったので、砂層に加わる圧力（等分布荷重）は、 $18 \times 5 = 90(\text{kN/m}^2)$  となる。したがって、砂層の上端部には新たな全応力  $90(\text{kN/m}^2)$  が加わる。それ以外は盛土構築前と同じであるので、

$$\text{砂層} : \sigma = 20z + 90, \quad 0 \leq z \leq 3(m)$$

$$\text{粘土層} : \sigma = 15(z - 3) + 60 + 90 = 15z + 105, \quad 3 \leq z \leq 13(m)$$

- ・要するに、盛土構築前の全応力分布に一律  $90(\text{kN/m}^2)$  を加えるだけ。

ここから、砂層と粘土層を分けて考える。砂層は、透水係数が大きいために、圧密は瞬時に終わるため、有効応力も盛土構築直後に変化し終わっていると考える。一方、粘土層は透水係数が小さいために、載荷されても間隙水がすぐには排水されないために、圧密には長時間を要する。そのため、盛土を構築して荷重が加わっても、直後には排水しないために体積変化はなく、その結果有効応力は変化しない。

砂層の間隙水圧分布と有効応力分布

-1 間隙水圧分布

- ・瞬時に砂層の圧密が終わった後は、静水圧分布に戻っているので、

$$u = \gamma_w \cdot z = 10z, \quad 0 \leq z \leq 3(m)$$

-2 有効応力分布

- ・全応力分布から間隙水圧分布を差し引いて、

$$\sigma' = \sigma - u = 20z + 90 - 10z = 10z + 90, \quad 0 \leq z \leq 3(m)$$

粘土層の有効応力分布と間隙水圧分布

-1 有効応力分布

- ・載荷直後には有効応力分布は変化しない（圧密しない）ので、

$$\sigma' = \sigma - u = 5z + 15, \quad 3 \leq z \leq 13(m)$$

構築前と同じ

-2 間隙水圧分布

- ・全応力から有効応力分布を差し引いて

$$u = \sigma - \sigma' = (15z + 105) - (5z + 15) = 10z + 90, \quad 3 \leq z \leq 13(m)$$

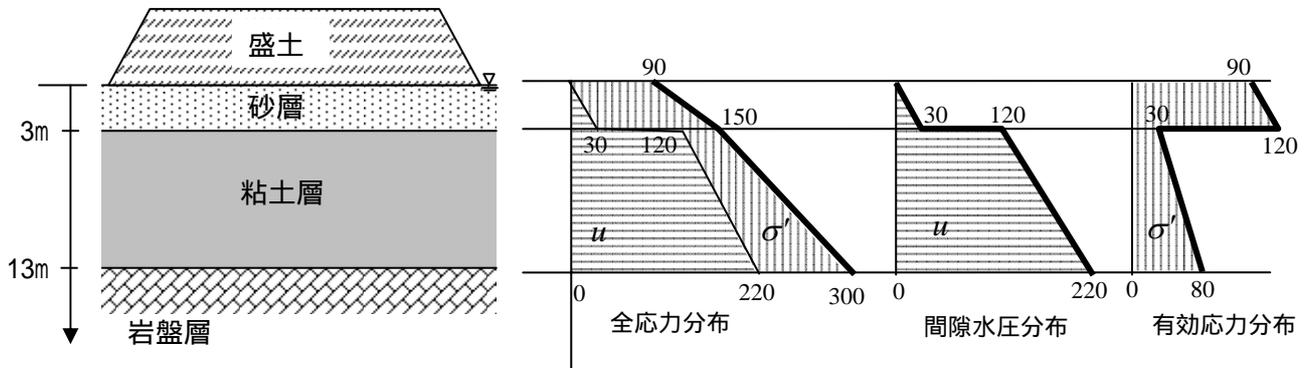


図-2 盛土構築直後

(c) 盛土構築から十分に時間が経過した後 ( $t = \infty$ )

全応力分布を求める。

- ・盛土はずっと同じ状態にあるので、全応力は時間によって変化しない。したがって、(b)の盛土構築直後の全応力分布と同じになる。

間隙水圧分布を求める

- ・盛土構築から十分に時間が経過した後 ( $t = \infty$ ) は、粘土層の圧密も終了しており、構築直後の砂層と同様に粘土層も静水圧分布に戻っている。したがって、

$$u = \gamma_w \cdot z = 10z, \quad 0 \leq z \leq 13(m)$$

有効応力分布を求める

- ・すでに全応力分布、間隙水圧分布がわかっているので、有効応力分布はその差をとれば良い。

$$\sigma' = \sigma - u = (20z + 90) - 10z = 10z + 90, \quad 0 \leq z \leq 3(m)$$

$$\sigma' = \sigma - u = (15z + 105) - (10z) = 5z + 105, \quad 3 \leq z \leq 13(m)$$

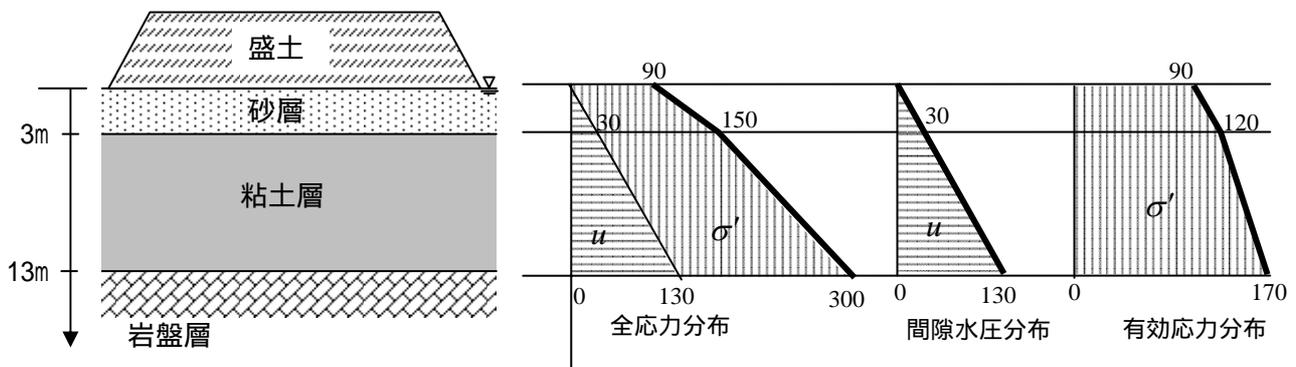


図-3 盛土構築から十分に時間が経過した後 ( $t = \infty$ )

(2) 粘土層の体積圧縮係数が  $m_v = 10^{-4}(\text{m}^2/\text{kN})$  としたとき、粘土層の圧密終了後の圧縮変形量を求めよ。

圧密終了時、すなわち盛土構築から十分に時間が経過した後 ( $t = \infty$ ) の粘土層内の有効応力の増加量は、(1)の解答より、深さに関係なく  $\Delta\sigma' = 90 (\text{kN}/\text{m}^2)$  である。

$\therefore$  無理矢理式示すれば、  $\Delta\sigma' = (5z + 105) - (5z + 15) = 90$

$$\rho_f = \int_0^H \Delta\epsilon dz = \int_0^H m_v \cdot \Delta\sigma' dz = m_v \cdot \Delta\sigma' \cdot H = 10^{-4}(\text{m}^2/\text{kN}) \times 90(\text{kN}/\text{m}^2) \times 10(\text{m}) = 9.0 \times 10^{-2}(\text{m})$$

粘土層厚

単位を忘れずに！

結局、最終的にこの粘土層は 9cm の沈下が生じることがわかる。

注：単位が全く書かれていない答案が目立ったが、単位の常に気をつけながら自分の解答をチェックすることが非常に重要である。今回の 9cm の沈下というのは、10m の粘土層にとっては、若干小さめの数であるが、十分にあり得る数字である。それが、数 m や数十 m あるいは 0.数 mm とかいう数字が出てきた時には、自分でおかしいと気が付かなければならない。そのためには常日頃から単位には気を配り、工学的な実スケールを頭に入れておくようにしておくべきである。(どんな分野でも)

(3) 盛土構築前の粘土層からサンプリングした粘土で圧密試験を行ったところ、圧密降伏応力が  $p_c = 130(\text{kN}/\text{m}^2)$  であり、圧縮係数  $C_c = 0.2$ 、膨潤係数  $C_s = 0.02$  であった。盛土構築前および盛土構築をして十分時間が経過して圧密が完了した時の粘土の有効応力を粘土層中央深さ(深度 8m のところ)で算定し、粘土層の圧密沈下量を予測せよ。ただし、盛土構築前の粘土の初期の間隙比は深さに関係なく 0.8 としなさい。

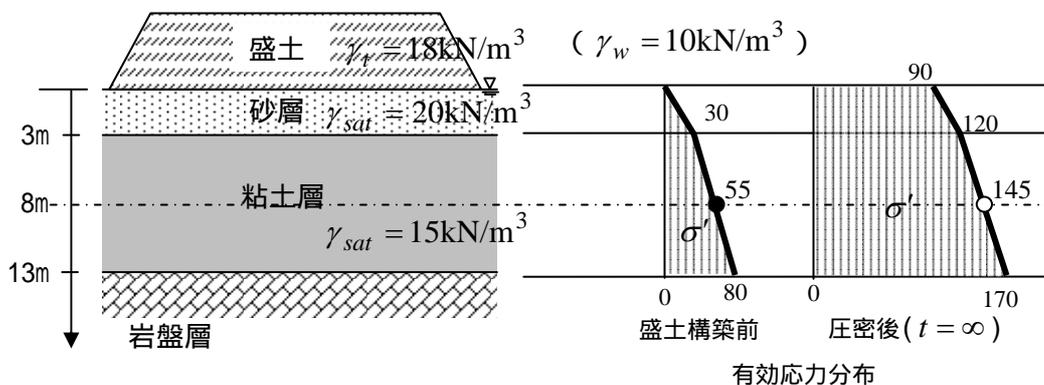


図-1

粘土層中央深さ(深度 8m)での有効応力は、盛土構築前と盛土構築から十分に時間が経過して圧密した後、それぞれにおいて、

$$\text{構築前: } \sigma' = 5z + 15 = 5 \times 8 + 15 = 55 \quad (\text{kN/m}^2)$$

$$\text{圧密後: } \sigma' = 5z + 105 = 5 \times 8 + 105 = 145 \quad (\text{kN/m}^2)$$

$e \sim \log p$  関係で示せば、図-4 のようになる。

過圧密領域での間隙比増分  $\Delta e_1$  は、

$$\Delta e_1 = C_s \log \frac{p_c}{p_0} = 0.02 \times \log \frac{130}{55} = 0.00747$$

正規圧密領域での間隙比増分  $\Delta e_2$  は、

$$\Delta e_2 = C_c \log \frac{(p_0 + \Delta p)}{p_c} = 0.2 \times \log \frac{145}{130} = 0.00948$$

結局、最終沈下量は、

$$\rho_f = \int_0^H \varepsilon dz = \frac{-\Delta e}{1+e_0} \int_0^H dz = \frac{e_0 - e}{1+e_0} H = \frac{(0.00948 + 0.00747)}{1+0.8} \times 10(\text{m}) = 0.094(\text{m}) = 9.4(\text{cm})$$

用いる層厚 H に注意!

$$\Delta e = e - e_0 : \text{通常 } e < e_0 \text{ なので負になる}$$

### 最終沈下量の算定における有効応力の決め方

この例題においては、粘土層の中間深さ(深度 8m)における有効応力の値を粘土層全体の代表値とした。ここでは、復習をかねて、中間深さでの有効応力を代表値として計算に使用することの妥当性について考える。

#### 1. 粘土層全体を均質(上から下まで $e$ も $p$ もすべて同じ)と仮定する場合

下線部の仮定は、「層厚 10m ある粘土層は上から下まですべて均質とみなし、初期有効応力も間隙比も同一の値を用い、その値は粘土層の中間の深さの値とする」ということである。すなわち、粘土層内の有効応力と間隙比の関係は、一律右図の A 点から B 点へ変化すると仮定する。

すると解答にもあるように、間隙比の変化量は 0.0170 ( $= 0.00747 + 0.00948$ ) となり、ひずみは

$$\Delta \varepsilon = \frac{-\Delta e}{1+e_0} = \frac{0.0170}{1+0.8} = 0.0094$$

となる。このひずみは、粘土層内のどの深さにおいて

も、盛土による圧密によって生じる共通の値であるので、粘土層全体の厚さを  $H$ 、粘土層全体の圧縮量を  $\Delta H$  とすれば、 $\Delta \varepsilon = \Delta H / H$  である。したがって、粘土層全体での圧縮量は、 $\Delta H = \Delta \varepsilon \cdot H$  となる。

沈下量とは地表面で観測されるものであるが、粘土層の下が岩盤層であり、全く変形しないと仮定できるので、結局、最終沈下量  $\rho_f$  は粘土層の圧縮量  $\Delta H$  そのものとなる。

最終的にこの問題では、 $\rho_f = 0.0094 \times 10(\text{m}) = 0.094(\text{m}) = 9.4(\text{cm})$  となった。

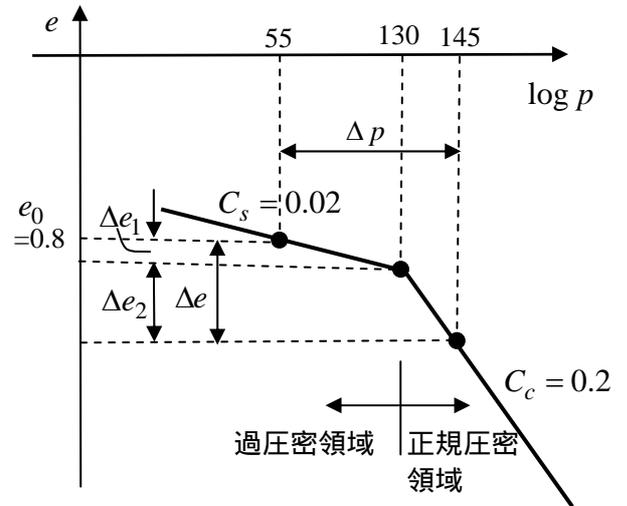
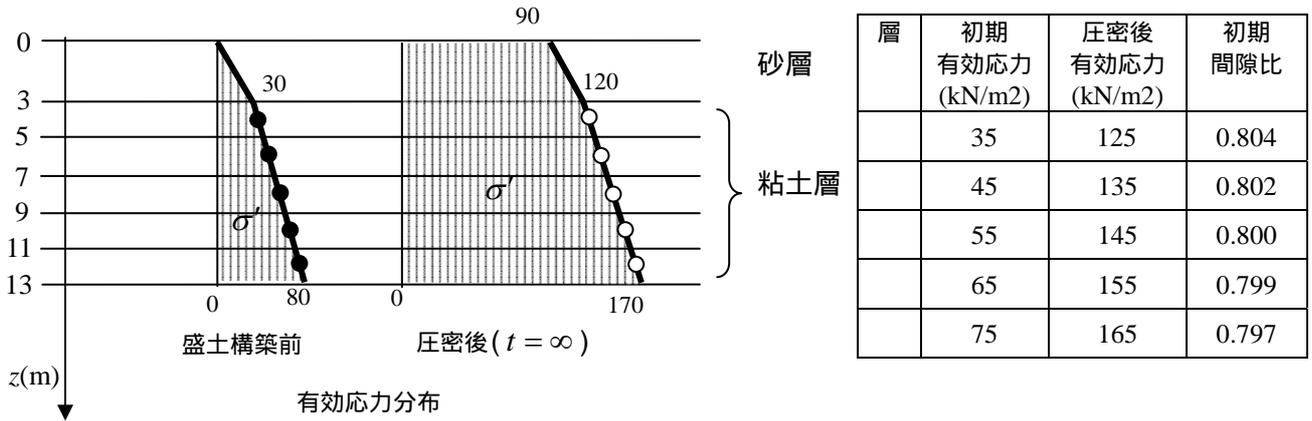


図-2

しかし、厚さ 10m もある粘土層で、初期の有効応力は深さ方向に変化していることがわかっているのに、粘土は均質一様であるという大胆な近似をしてよいのだろうか？

## 2. 粘土層を 5 分割して沈下量を算定してみる

粘土層は上から下まですべて同じと考え、中間深さの間隙比や有効応力を粘土層全体の代表値とするのは乱暴すぎると思われるかもしれないので、取りあえずキリのよいところで、粘土層を 2m ずつ 5 分割してそれぞれの沈下量を求めてみる。



上の表は各層を代表する初期有効応力と圧密後の有効応力の値を示すが、これは上図の（初期有効応力）と○（圧密後の有効応力）で示した点の各層での中間深さでの値を用いることとする。また、初期間隙比  $e_0$  は、過圧密領域での  $e \sim \log p$  関係

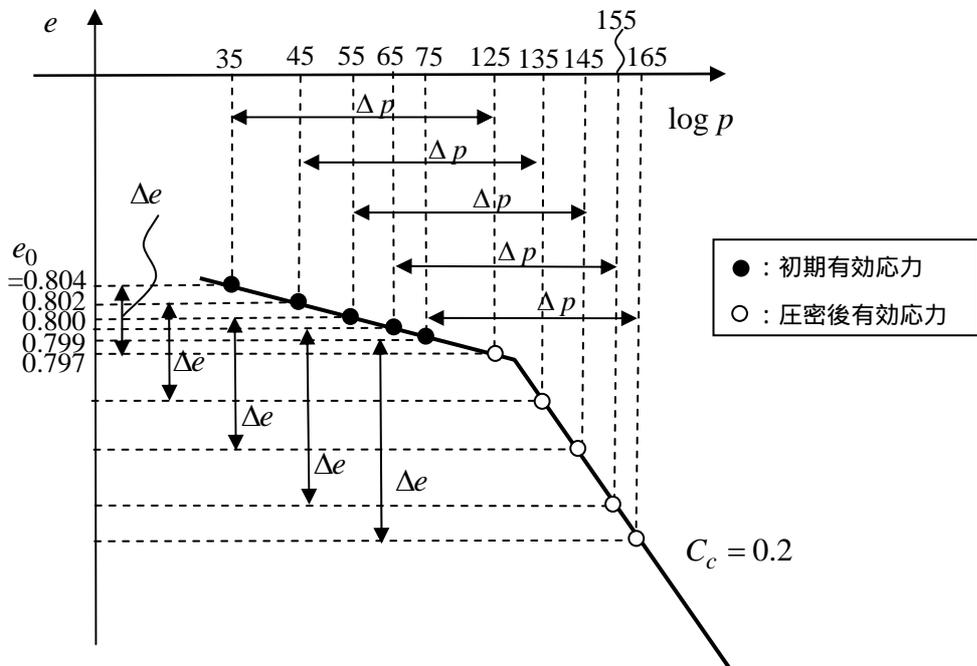
$$e_0 = e_1 - C_s \log p \quad (C_s = 0.02)$$

を用いて求められる。すなわち、問題の初期条件は  $p = 55$  (kN/m<sup>2</sup>) の時、 $e_0 = 0.8$  としているので、これを代入することにより、 $e_1 = 0.835$  が得られる。結局、

$$e_0 = 0.835 - 0.02 \cdot \log p$$

に各層の初期有効応力を代入することにより、上表に示す、各層の初期間隙比が求められる。

これらの値を参考にして、 $e \sim \log p$  図上で、各層での圧密前後の有効応力の変化を考えれば、下図のようになる。



したがって、各粘土層でのひずみ量は、以下のような計算で求められる。

$$\text{粘土層} : \Delta\varepsilon = \frac{-\Delta e}{1+0.804} = \frac{1}{1+0.804} \times 0.02 \times \log\left(\frac{125}{35}\right) = 0.00613 \quad \leftarrow \text{過圧密領域のみを考える}$$

$$\text{粘土層} : \Delta\varepsilon = \frac{-\Delta e}{1+0.802} = \frac{1}{1+0.802} \times (0.02 \times \log\left(\frac{130}{45}\right) + 0.2 \times \log\left(\frac{135}{130}\right)) = 0.00693$$

$$\text{粘土層} : \Delta\varepsilon = \frac{-\Delta e}{1+0.800} = \frac{1}{1+0.800} \times (0.02 \times \log\left(\frac{130}{55}\right) + 0.2 \times \log\left(\frac{145}{130}\right)) = 0.00942$$

$$\text{粘土層} : \Delta\varepsilon = \frac{-\Delta e}{1+0.799} = \frac{1}{1+0.799} \times (0.02 \times \log\left(\frac{130}{65}\right) + 0.2 \times \log\left(\frac{155}{130}\right)) = 0.0118$$

$$\text{粘土層} : \Delta\varepsilon = \frac{-\Delta e}{1+0.797} = \frac{1}{1+0.797} \times (0.02 \times \log\left(\frac{130}{75}\right) + 0.2 \times \log\left(\frac{165}{130}\right)) = 0.0142$$

以上のように各層でのひずみ量が計算されるので、各層の層厚はすべて 2(m)であるので、それぞれのひずみに層厚 2(m)をかければ、各層での圧密による圧縮量を得ることができる。

結局、最終沈下量は、全層の圧縮量の合計となり、

$$\rho_f = 0.00613 \times 2 + 0.00693 \times 2 + 0.00942 \times 2 + 0.0118 \times 2 + 0.0142 \times 2 = 0.0969(\text{m}) = 9.7(\text{cm})$$

となる。

1. の粘土層全体を均質とした計算結果と、ここで行った計算はここまで苦労して計算しても、最終沈下量の結局 3mm しか変わらない。10m の粘土層の沈下予測で、3mm しか変わらないということはそれほど大きな問題ではないので、結論として大胆とも思えるが、始めに計算した全層均質の仮定は、それほどいい加減なものではないことがわかる。

都市での既設構造物があるところの近接施工では 1mm の沈下でも大問題となることもあるが、そういう所では、通常沈下予測などはあまりやらない。

3. (ダム押しに) より厳密に沈下量を計算してみよう

ここまできたら、5 層分割などとケチなことを言わずに、より厳密に最終沈下量を算定してみる。

ひずみが深さ  $z$  の関数  $\Delta\varepsilon(z)$  だとすれば、最終沈下量は

$$\rho_f = \int_{z_1}^{z_2} \Delta\varepsilon(z) dz, \quad H = z_2 - z_1, \quad \text{ただし, } H : \text{粘土層厚, } z_1, z_2 : \text{粘土層上端, 下端の深度}$$

となる。実際、初期有効応力分布は深さによって異なり、それに伴い初期間隙比も異なるために、有効応力の増分  $\Delta\sigma'$  は一律  $90(\text{kN/m}^2)$  であっても、一般にひずみが一定とはならない。これは、沈下量算定にあたり一定値と仮定している  $m_v$  が、厳密には深さ方向に変化すべきものであることに対応する。

では、問題の条件から深さ (あるいは有効応力) の連続関数として定義できるものを整理する。

間隙比  $e$  は、 $e \sim \log p$  関係を用いれば、過圧密領域では、 $e_0(p) = e_1 - C_s \log p$  となる。

問題の初期条件、 $p = 55(\text{kN/m}^2)$  の時、 $e_0 = 0.8$  を用いれば、 $C_s = 0.02$  であるので、 $e_1 = 0.835$  を得る。

結局、

$$e(p) = 0.835 - 0.02 \cdot \log p$$

ここで、 $p$  に粘土地盤の初期有効応力  $p_0$  を用いれば、地盤内の初期間隙比  $e_0(z)$  が得られる。すなわち、

$$p_0 = \sigma' = \gamma' \cdot (z - 3) + 30 = 5z + 15$$

を代入して、

$$e_0(z) = 0.835 - 0.02 \cdot \log(5z + 15)$$

となる。ここで、 $z$  は粘土層の上端ではなく、砂層を含む地表面からの深度としていることに注意する。

次に、有効応力の増加による空隙比の変化量を上と同様に求めれば良い。圧密後の有効応力  $p_f$  は、

$$p_f = \sigma' = \gamma' \cdot (z - 3) + 30 + 90 = 5z + 105$$

であるので、圧密後に丁度、圧密降伏応力  $p_c = 130(\text{kN/m}^2)$  に達する深度は、

$$5z + 105 = 130 \quad \text{より、} \quad z = 5(\text{m}) \quad \text{であるので、}$$

3 ~ 5m までの粘土層は初期から圧密後にかけて過圧密領域だけで考えることができ、5m ~ 13m の粘土層は初期は過圧密領域にあるが、圧密後正規圧密領域になるので、2つの領域をまたいで、空隙比の変化量を計算し、最終沈下量を求めることになる。すなわち、

$$\rho_f = \int_3^5 \frac{0.02}{1 + (0.835 - 0.02 \log(5z + 15))} \log\left(\frac{5z + 105}{5z + 15}\right) dz \quad \leftarrow \begin{array}{|l} 3 \sim 5\text{m までの粘土層の最終沈下量} \\ \text{(すべて過圧密領域)} \end{array}$$

$$+ \int_5^{13} \frac{0.02}{1 + (0.835 - 0.02 \log(5z + 15))} \log\left(\frac{130}{5z + 15}\right) dz \quad \leftarrow \begin{array}{|l} 5 \sim 13\text{m までの粘土層の最終沈下量} \\ \text{(過圧密領域分)} \end{array}$$

$$+ \int_5^{13} \frac{0.2}{1 + (0.835 - 0.02 \log(5z + 15))} \log\left(\frac{5z + 105}{130}\right) dz \quad \leftarrow \begin{array}{|l} 5 \sim 13\text{m までの粘土層の最終沈下量} \\ \text{(正規圧密領域分)} \end{array}$$

以上の計算を手計算でやるには骨が折れるが、定積分なので数値積分で数値解を得ることは簡単である。台形公式を使った数値積分を行えば、結局

$$\rho_f = 0.09700(\text{m}) = 9.7(\text{cm})$$

となる。これは、5層分割による計算とほぼ同一の値であり、また、全層均質の仮定とも 3mm しか差はない。

結論として、はじめの例題の仮定（粘土層中間深さの値を代表値とする）に大きな問題はない。