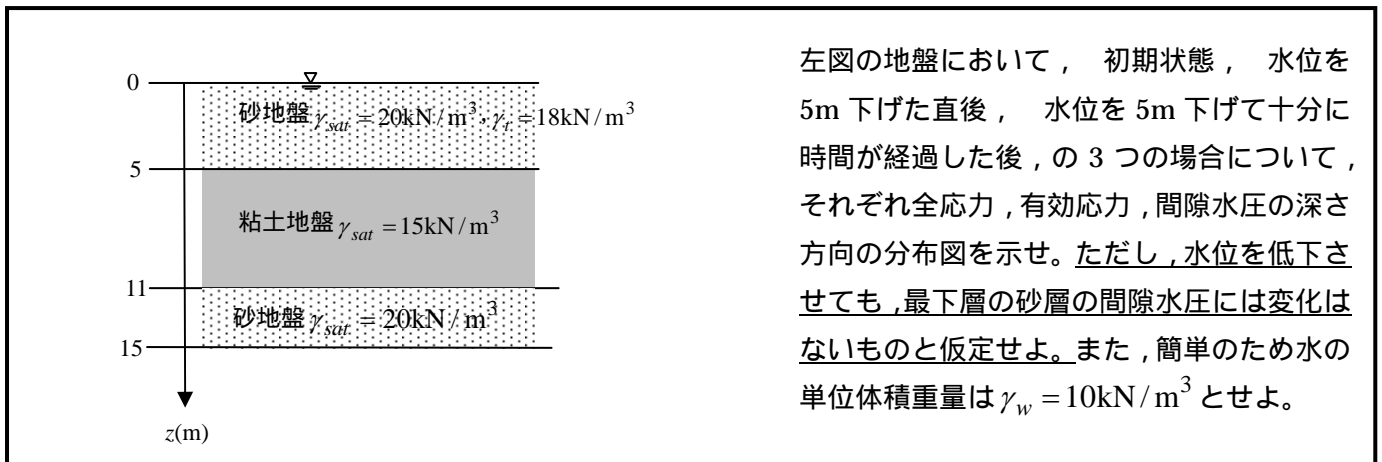


【2004.12.8 実施の小テストの解答】



訂正：当日の問題では、ミスプリントにより上部砂地盤の湿潤単位体積重量が $\gamma_t = 24\text{kN/m}^3$ となっていました。現実には γ_{sat} より大きくなることはあり得ないので、ここでは $\gamma_t = 18\text{kN/m}^3$ として解答します。この点で混乱してしまった人には申し訳ありませんでした。

問題のポイント

1. 水位低下により全応力分布が全体的に低下するものの、最上部の砂層の浮力が無くなるために、粘土層の有効応力分布は増加する。
2. 下層の砂層の水圧が変わらないため、間隙水圧が静水圧分布ではなくなる。そのため、粘土層内には上向きの水の流れが発生し、粘土層に（上向きの）浸透力が作用する。

(a)水位低下前

全応力分布を求める。

- ・全応力は、土も水も含んだ単位体積重量で計算するので、地下水面より下の飽和土の場合は水中単位体積重量 γ_{sat} で、地下水面より上の不飽和土の場合には湿潤単位体積重量 γ_t を用いて計算する。
- ・この問題の場合、上部の砂層の全応力分布は

砂層（上）: $\sigma = \gamma_{sat} \cdot z = 20z, \quad 0 \leq z \leq 5(m)$

粘土層 : $\sigma = \gamma_{sat} \cdot (z-5) + (\text{砂層の重量による全応力})$
 $= 15(z-5) + 20(kN/m^3) \times 5(m) = 15z + 25, \quad 5 \leq z \leq 11(m)$

砂層（下）: $\sigma = \gamma_{sat} \cdot (z-11) + (\text{砂層と粘土層の重量による全応力})$
 $= 20(z-11) + 190 = 20z - 30, \quad 11 \leq z \leq 15(m)$

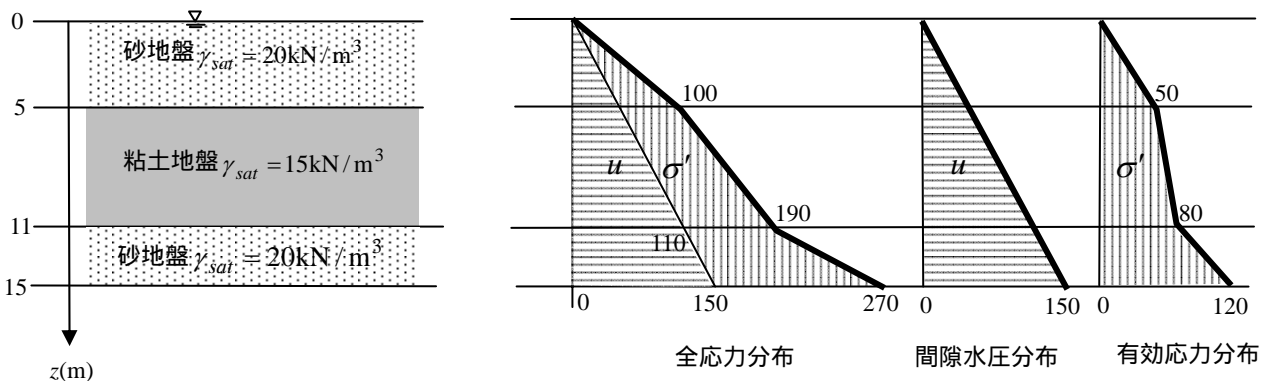


図-1 水位低下前

間隙水圧分布を求める

- ・盛土構築前は、砂層も粘土層も地下水によって静水圧分布となっている。静水圧分布とは、水の単位体積重量 γ_w のみによって生じている水圧の分布。ここでは、下式で表される。

$$u = \gamma_w \cdot z = 10z, \quad 0 \leq z \leq 15(m)$$

有効応力分布を求める

- ・すでに全応力分布、間隙水圧分布がわかっているので、有効応力分布はその差をとれば良い。

$$\sigma' = \sigma - u = 20z - 10z = 10z, \quad 0 \leq z \leq 5(m)$$

$$\sigma' = \sigma - u = (15z + 25) - (10z) = 5z + 25, \quad 5 \leq z \leq 11(m)$$

$$\sigma' = \sigma - u = (20z - 30) - (10z) = 10z - 30, \quad 11 \leq z \leq 15(m)$$

(b) 水位低下直後

全応力分布を求める。

- ・水位の低下により、上部の砂層の単位体積重量が $18(\text{kN}/\text{m}^3)$ に低下したので、全応力は全体的に小さくなる。(当日の問題では $24(\text{kN}/\text{m}^3)$ とプリントしてしまったので、全応力大きくなります)

$$\text{砂層(上)}: \sigma = \gamma_t \cdot z = 18z, \quad 0 \leq z \leq 5(m)$$

$$\text{粘土層} : \sigma = \gamma_{sat} \cdot (z - 5) + (\text{砂層の重量による全応力})$$

$$= 15(z - 5) + 18(\text{kN}/\text{m}^3) \times 5(m) = 15z + 15, \quad 5 \leq z \leq 11(m)$$

$$\text{砂層(下)}: \sigma = \gamma_{sat} \cdot (z - 11) + (\text{砂層と粘土層の重量による全応力})$$

$$= 20(z - 11) + 180 = 20z - 40, \quad 11 \leq z \leq 15(m)$$

- ・要するに、盛土構築前の全応力分布に一律 $10(\text{kN}/\text{m}^2)$ を引くだけ。

ここから、上部砂層、粘土層、下部砂層を分けて考える。上部砂層は、水位を下げたので間隙水圧はゼロになると考える。一方、粘土層は透水係数が小さいために、載荷直後には圧密できないので、有効応力は変化しない。下部砂層は、問題の条件より、水位低下前と全く同じ分布とする。

上部砂層の間隙水圧分布と有効応力分布

-1 間隙水圧分布

$$0, \quad 0 \leq z \leq 3(m)$$

-2 有効応力分布

- ・全応力分布がそのまま有効応力分布となる

$$\sigma' = \sigma - u = 18z - 0 = 18z, \quad 0 \leq z \leq 5(m)$$

粘土層の有効応力分布と間隙水圧分布

-1 有効応力分布

- ・載荷直後には有効応力分布は変化しない(圧密しない)ので、

$$\sigma' = 5z + 25, \quad 5 \leq z \leq 11(m)$$

構築前と同じ

-2 間隙水圧分布

- ・全応力から有効応力分布を差し引いて

$$u = \sigma - \sigma' = (15z + 15) - (5z + 25) = 10z - 10, \quad 5 \leq z \leq 11(m)$$

下部砂層の間隙水圧分布と有効応力分布

-1 間隙水圧分布

この層の水圧は被圧されており，上部の砂層の水位を低下させても，全く影響を受けずに，水位低下前と同じと仮定するので，

$$u = \gamma_w \cdot z = 10z, \quad 11 \leq z \leq 15(m)$$

-2 有効応力分布

全応力分布から間隙水圧分布を引いて

$$\sigma' = \sigma - u = (20z - 40) - 10z = 10z - 40, \quad 11 \leq z \leq 15(m)$$

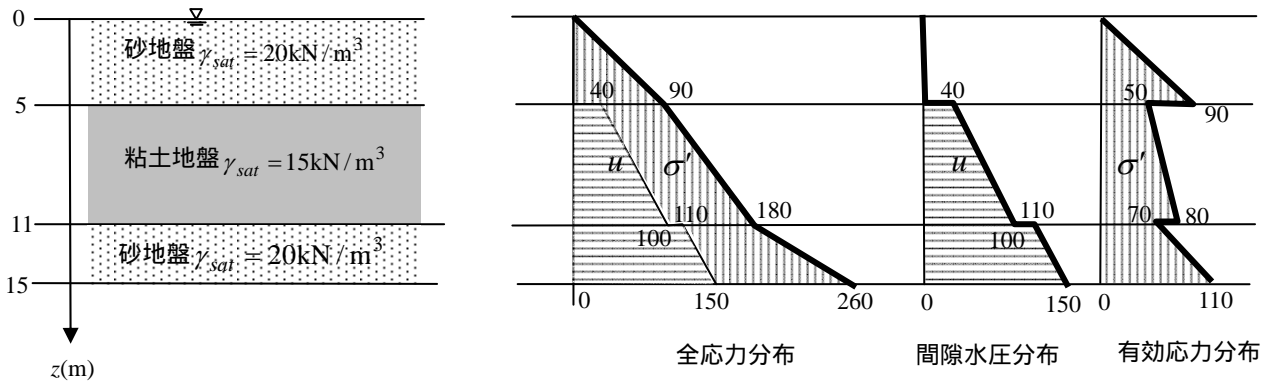


図-2 水位低下直後

(c) 水位低下から十分に時間が経過した後 ($t = \infty$)

全応力分布を求める。

- 盛土はずっと同じ状態にあるので，全応力は時間によって変化しない。したがって，(b)の盛土構築直後の全応力分布と同じになる。

間隙水圧分布を求める

- 上部砂層の間隙水圧は $0(\text{kN/m}^2)$ ，下部砂層の間隙水圧は水位低下前と同じ。したがって，

$$u = 0, \quad 0 \leq z \leq 5(m)$$

$$u = 10z, \quad 11 \leq z \leq 15(m)$$

- 盛土構築から十分に時間が経過した後 ($t = \infty$) は，粘土層の圧密も終了している。この場合，間隙水圧は粘土層上端部で $0(\text{kN/m}^2)$ ，粘土層下端部で $110(\text{kN/m}^2)$ となっている。したがって，粘土層の間隙水圧分布は，それを直線で結んだものとなる。(しなくてもいいが) 式示すと，

$$u = \frac{110}{6}z - \frac{550}{6}, \quad 5 \leq z \leq 11(m)$$

有効応力分布を求める

- すでに全応力分布，間隙水圧分布がわかっているので，有効応力分布はその差をとれば良い。

砂層 (上): $\sigma' = \sigma - u = 18z - 0 = 18z, \quad 0 \leq z \leq 5(m)$

粘土層 : $\sigma' = \sigma - u = (15z + 15) - \left(\frac{110}{6}z - \frac{550}{6}\right) = -\frac{20}{6}z + \frac{640}{6}, \quad 5 \leq z \leq 11(m)$

砂層 (下): $\sigma' = \sigma - u = (20z - 40) - 10z = 10z - 40, \quad 11 \leq z \leq 15(m)$

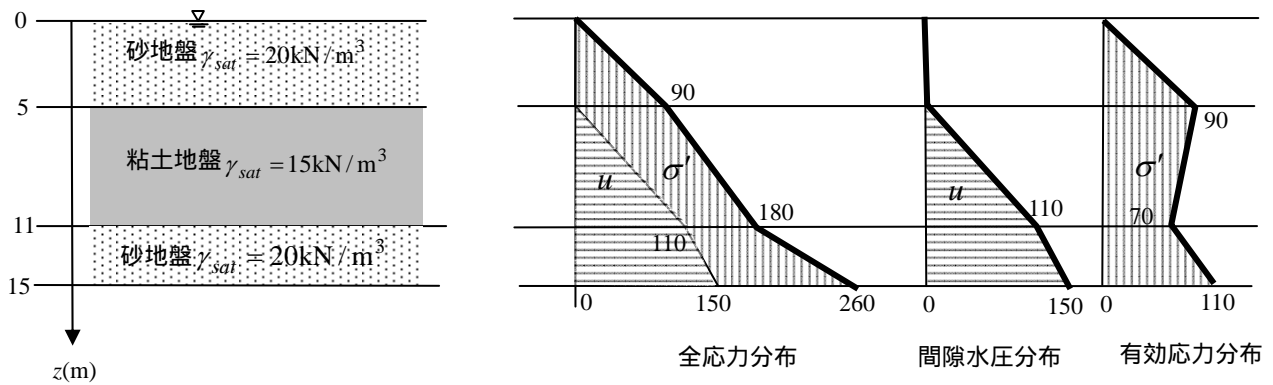


図-3 水位低下から十分に時間が経過した後

間隙水圧の分布が必ず直線分布になる理由

配付資料1において、自重のみが作用する一次元の釣り合い場では、釣り合い式を積分する事により、全応力の分布が必ず直線になることを示した。1次元浸透場においても、同じような議論ができる。一次元の連続式は、新たな湧き出しが無ければ、

$$\frac{dv}{dz} = 0 \quad \text{となる。これに、ダルシー則 } v = ki = -k \frac{dh}{dz} \text{ を適用することにより、浸透の支配方程式}$$

$$\frac{d^2h}{dz^2} = 0 \text{ を得る。ただし、} h = z + \frac{u}{\gamma_w} \text{ より、} \frac{d^2u}{dz^2} = 0 \text{ とも表せる。}$$

よって、この式を2回積分することにより、

$$u = C_1 \cdot z + C_2 \text{ となり、} z \text{ の一次関数（すなわち直線分布）となることは明らかである。}$$

さらに、圧密終了後の境界条件、

$$u = 0 \text{ (kN/m}^2\text{)} \quad z = 5 \text{ (m)} \quad \text{および} \quad u = 110 \text{ (kN/m}^2\text{)} \quad z = 11 \text{ (m)} \text{ を代入すれば、上の例題で求めた}$$

$$u = \frac{110}{6}z - \frac{550}{6} \text{ を得ることができる。}$$

圧密後の粘土層の有効応力分布の勾配が負になる（有効応力が下に行くにつれて小さくなる）理由
粘土層の下端と上端に110 (kN/m²)の水圧の差があるが、位置水頭 z （すなわち静水圧分の水頭）を入れた全水頭 h の差は、粘土層の上下端で $\Delta h = 5$ (m)になる。したがって、粘土層の動水勾配は

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta z} = \frac{5}{6} \quad \text{となる。そのため、粘土内には上向きの浸透力 } j = \gamma_w \cdot i = 10 \times \frac{5}{6} = \frac{50}{6} \text{ が、物}$$

体力として作用する。よって、粘土の有効重量は、

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w - j = 15 - 10 - \frac{50}{6} = -\frac{20}{6} \text{ となり、見かけ上、負の単位体積重量となる。}$$

この式は浸透で学んだクイックサンドを判定する式と全く同じであるが、粘土層の上に「おもし」が載っているために、粘土層の有効応力が負になることはなく、この条件で破壊するようなことはない。

しかし、授業で解説してきたように、全応力分布 間隙水圧分布 有効応力分布の順で求めれば、ここまでの議論をしなくても、簡単にそれぞれの分布を得ることができる。