土質力学Ⅰ及び演習（B，C班合同授業：小高担当）　配付資料 No. 4　(2004. 11. 24)

【浸潤面におけるDupuitの仮定と井戸の定常問題】

(1) 浸潤面におけるDupuit（デュピ）の仮定

図1に示すように，不透水面 z=0 と浸潤面 $z = h(x)$ の間を流れる地盤内の地下水の流れ場を考える。

A点からB点への地下水の流れは，

$$\mathbf{v} = -k\frac{\Delta h}{\Delta \mathbf{s}} \qquad (1)$$

となる。ただし，$\mathbf{v}$ と $\Delta\mathbf{s}$ は A→B に沿ったベクトル量である。ここで，$h(x)$ の勾配が非常に緩やかであったと仮定すると，$\Delta s \approx \Delta x$ とみなせる。また，浸潤面においては，全水頭と位置水頭は同じであるので，$\Delta h \approx \Delta z$ とみなせる。結局，式(1)は，

$$v_x \approx -k\frac{\Delta z}{\Delta x} = -k\frac{dz}{dx}, \quad v_z \approx 0 \qquad (2)$$

となる。これをデュピの仮定と言う。普通は x 成分のみを書く。

$$v \approx -k\frac{dz}{dx} \qquad (3)$$

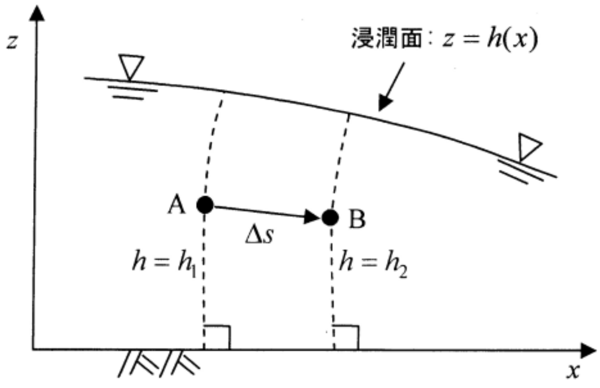

図1　浸潤面（自由水面）と等ポテンシャル面

(2) 締め切り堤の浸潤面

図2に示す幅Bの締切堤の浸潤面を考える。

単位奥行きあたり流量 Q は，

$$Q = v \cdot z = -kz\frac{dz}{dx} \qquad (4)$$

したがって，$Qdx = -kzdz$

流量一定の連続条件が成り立つ時，この式は積分できて，

$$Qx = -\frac{1}{2}kz^2 + C \qquad C：積分定数$$

Q が一定であるので，浸潤面 $z = h(x)$ は，放物線となることがわかる。境界条件を入れると，

$x = 0$ で $z = H_1$ より，$C = -\frac{1}{2}kH_1^{\,2}$

$x = B$ で $z = H_2$ より，$QB = -\frac{1}{2}kH_2^{\,2} + C$

よって，$Q = \frac{k}{2B}(H_1^{\,2} - H_2^{\,2}) \qquad (5)$

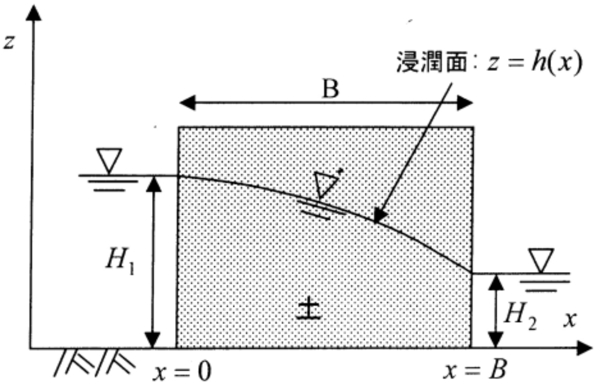

図2 締め切り堤の浸潤面

(3) 井戸の定常問題（重力井戸）

図3に示すように，不透水層の上に地下水が流れやすい砂層が堆積していたとする。その地盤に井戸を掘り（図3中央），流量Qで水を汲み上げ続ける。図に示す半径Rよりも外側の領域から水がどんどん供給される場合には，十分に時間が経過した後には，時間に伴う変化がなくなる定常状態に落ち着く。

重力井戸の場合には，地下水面（浸潤面）の形は重力の作用によって自由に変化する。この浸潤面の形

を決めるのに，デュピの仮定を用いて，

$$Q = 2\pi r \cdot k \cdot h \cdot \frac{dh}{dr} \qquad (6)$$

ただし，井戸を中心とした軸対称条件であるので，全領域の総計を考えるために，$2\pi r$ がかけられている。

式(6)を変形して

$$Q\frac{dr}{r} = 2\pi khdh$$

Q は r によらず一定なので,積分できて,

$Q\ln r = \pi kh^2 + C$　となる。

$$\begin{cases} r = r_0 \text{ で } h = h_0 \\ r = R \text{ で } h = H \end{cases}$$

の条件を考慮すると,

$$Q = \frac{\pi k(H^2 - {h_0}^2)}{\ln(R/r_0)} \qquad (7)$$

となる。

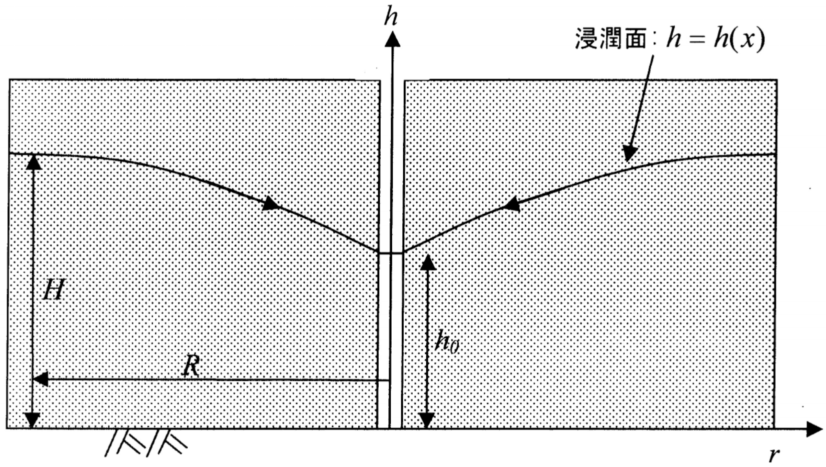

図3　重力井戸

実際に Q で揚水している井戸の周りの数カ所で地下水位 $h(x)$ を観測し，その結果から現場透水係数を求めることができる。その試験を現場揚水試験と呼ぶ。

(4) 井戸の定常問題（掘り抜き井戸）

井戸を掘った地盤の上部に難透水の粘土層があり，地下水が流れる砂層（滞水層）は，水圧が加わった被圧層であるとする。

滞水層の水圧分布に，重力井戸の浸潤面の形を仮定して用いると，

$$Q = 2\pi r \cdot b \cdot k\frac{dh}{dr} \qquad (8)$$

となる。重力井戸とは異なり，水が流れる高さは滞水層の層厚 b のみである。

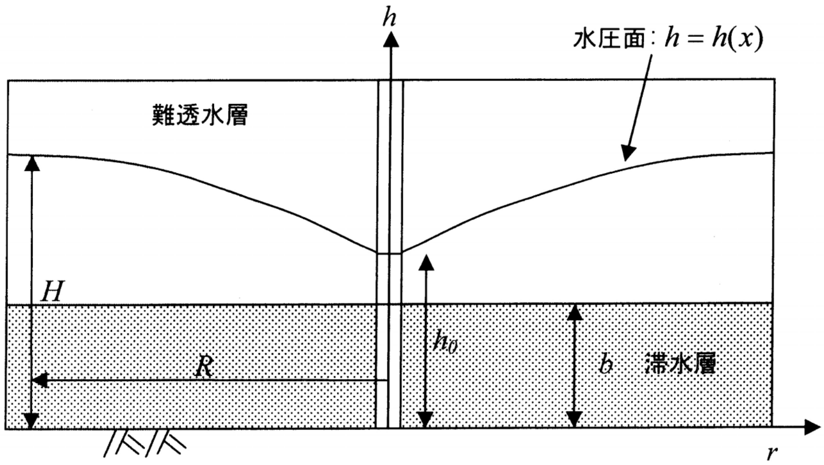

図4　掘り抜き井戸

式(8)を変形して,

$$Q\frac{dr}{r} = 2\pi kbdh$$

Q は r によらず一定なので，積分できて，$Q\ln r = \pi kbh + C$　となる。

$$\begin{cases} r = r_0 \text{ で } h = h_0 \\ r = R \text{ で } h = H \end{cases}$$

の条件を考慮すると,

$$Q = \frac{2\pi kb(H - h_0)}{\ln(R/r_0)} \qquad (8)$$

となる。