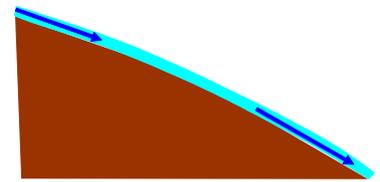


【クイックサンド・ボイリング・パイピング】

(1)水頭 (全水頭, 圧力水頭, 位置水頭)

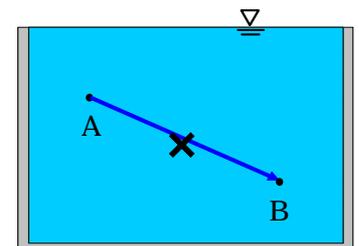
水は「高い」ところから「低い」ところに流れる。と言っても,「高い」「低い」というのは,位置だけの話ではなく,それぞれの位置での水の圧力も含めた,全水頭の話である。

図 1(a)のように,位置に比べて水深が無視できるような,表面流れを考える場合には,(水深から算定される)水圧が無視できるので,水の流れは「高い」位置から「低い」位置に流れる。



(a) 表面流れ 位置のみで流れの方向が決まる。

ところが,図 1(b)のように,位置に比べて水深が無視できないような,水槽の中の水を考える。水槽の中の水が静置されているとき,A点の方が,B点よりも位置が高いからと言って,A点からB点へ水が流れるとは普通は考えない。これはA点とB点とは,位置の高さが違って,全水頭は等しいからである(図2参照)。すなわち,水の流れを支配する「高い」「低い」は全水頭の高低である。



(b) 水槽の中の水 位置だけでは流れの方向が決まらない

図 1

水頭 : 水の柱の一番上(頭)の高さを表す。単位は(m)

圧力水頭: 対象とする位置での水圧の大きさを,水柱の高さに換算して表したものだ。例えば,圧力水頭 1m なら,実際の圧力 p_w は,

$$p_w = \gamma_w \times h = 1(\text{tf/m}^3) \times 1(\text{m}) = 1(\text{tf/m}^2) \text{ となる。}$$

(SI 単位ならば, $p_w = \gamma_w \times h = 9.8(\text{kN/m}^3) \times 1(\text{m}) = 9.8(\text{kN/m}^2)$)

位置水頭: ある任意の基準面から,対象とする位置までの水柱の長さ。

任意の基準面からの位置であるので,相対的なものであることに注意する。

全水頭 : 位置水頭と圧力水頭の和。位置水頭を使うので,やはり相対的なものである。したがって,全水頭の大きさそのものより,全水頭の「勾配」の方が透水解析には重要となる。

圧力水頭の基準面は水面であり静置した水では圧力水頭は水深を表す。

位置水頭は,基準面からの高さそのものを表す。

したがって,図1のような場合には,全水頭は

どの深さ,どの位置であっても等しくなる。

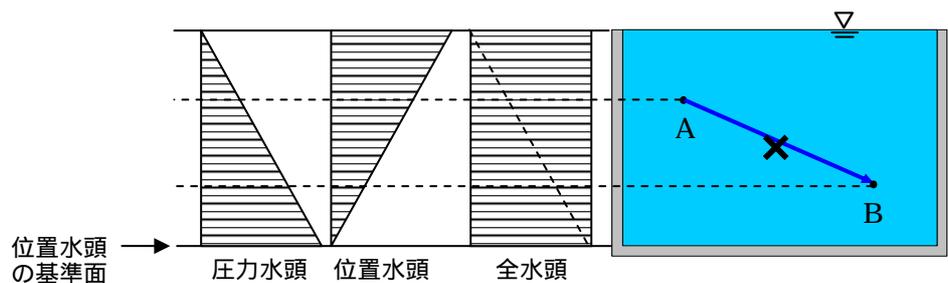


図 2 静置した水槽内の水の水頭

(2)一次元場での土中の水の流れ

図 3 のように,水位の異なる 2 つのパイプを並べて,底面をチューブで連結させる。もし,水の流れを遮るものがなければ,一瞬にして,2 つのパイプの水位差はなくなる。

しかし,厚さが無視できる板が図の位置に固定されており,完全に上下が遮断されている場合には,各水頭の分布図は図 3 のようになる。

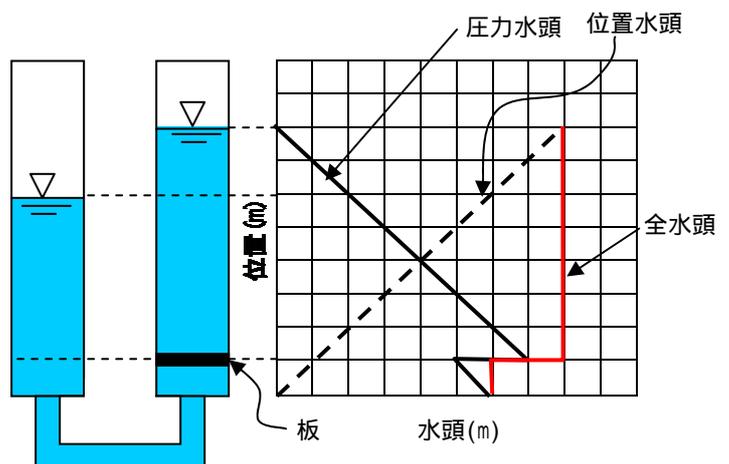


図 3

要するに、2つのパイプの水位差を保つためには、水を遮断している板は2mの圧力水頭の差（2m分の水柱の重さ）を支えなければならない。

しかし、完全に板で遮らなくても、ある程度通過するのに時間がかかるような材料を、板の代わりに用いても、2つのパイプの水位差をある程度保つことは可能である。ここでは、砂を用いて流れを「ある程度」遮ることを試みる。ただし、厚さが無視できるような薄っぺらな砂では全く効果が期待できないので、ここでは厚さ3mの砂柱を用いる。ただし、どうしても砂柱中を水が流れて水位が変化してしまうので、現在の水位を維持するように水はそれぞれの位置でオーバーフローさせておくことにする。

水だけの部分では、全水頭は一定であるので、3mの砂柱を挟んで2mの全水頭のギャップが吸収されることになる。水は砂柱中のみを下向きに流れる。ダルシー則に従うとすれば、流速 v は、

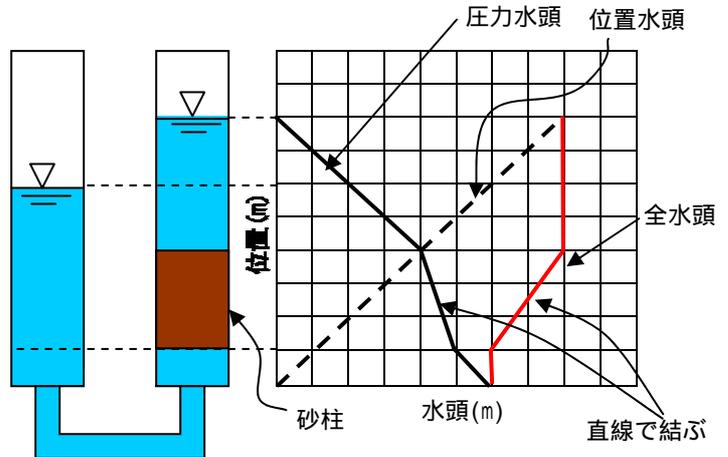


図 4

$$v = -k \frac{dh}{dz} = -k \frac{(8-6)}{(4-1)} = -\frac{2}{3}k \quad (\text{マイナスは下向きの流れを表す。} k \text{ は透水係数}) \quad (1)$$

となり、砂柱中は一定の流速で、下向きに水が流れる。

(3) 一次元流れ場での連続式

図 4 において、砂柱の断面積が一定であり、一次元の流れとみなすことができれば、砂柱中で水の湧き出しがなければ、一次元の発散の式より、

$$\frac{dv}{dz} = 0 \quad (\text{多次元では、} \text{div } v = 0) \quad (2)$$

が成り立つ。この式を z で積分すれば、 $v = \text{const.}$ となるが、この場合、砂柱の上端から入って、下端から出て行く水の流量は一定であり、単位時間あたりの流量である流速も砂柱中においては一定であることを表している。式(2)は一次元流れ場での連続式である。

式(2)の連続式に、式(1)のダルシー則を適用すると、

$$\frac{dv}{dz} = \frac{d}{dz} \left(-k \frac{dh}{dz} \right) = -k \frac{d^2h}{dz^2} = 0 \quad \text{より} \quad \frac{d^2h}{dz^2} = 0 \quad (\text{一次元流れ場でのラプラスの式}) \quad (3)$$

となる。この式を 2 回積分してやれば、 $h = a \cdot z + b$ (a, b は定数) となり、全水頭は砂柱中では一次関数（直線）となることは明らかである。また、 $h = z + \frac{u}{\gamma_w}$ を、式(3)のラプラスの式に代入すれば、圧力水頭

u に関して

$$\frac{d^2u}{dz^2} = 0 \quad \text{となり、やはり} \quad u = c \cdot z + d \quad (c, d \text{ は定数}) \quad \text{となり、圧力水頭も砂柱中では必ず直線となる。}$$

必ず直線となることがわかれば、砂柱の上下端での全水頭、圧力水頭さえわかれば、砂柱中は上下端の値を直線で結べばよい（図 4 参照）。

(4) 上向き透水

図 4 は砂柱中を下向きに水が流れる場合を考えたが、図 5 のような場合を想定すると砂柱中を上向きに水が流れる。砂柱の下端において 2(m) の全水頭の差があるため、下から上への浸透流が生じる。

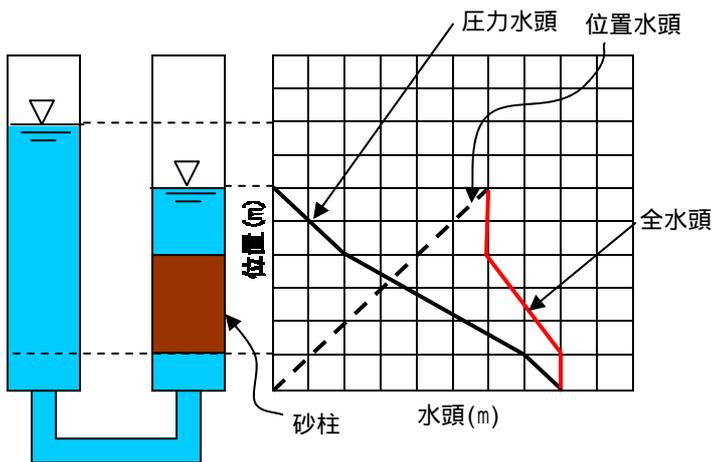


図 5

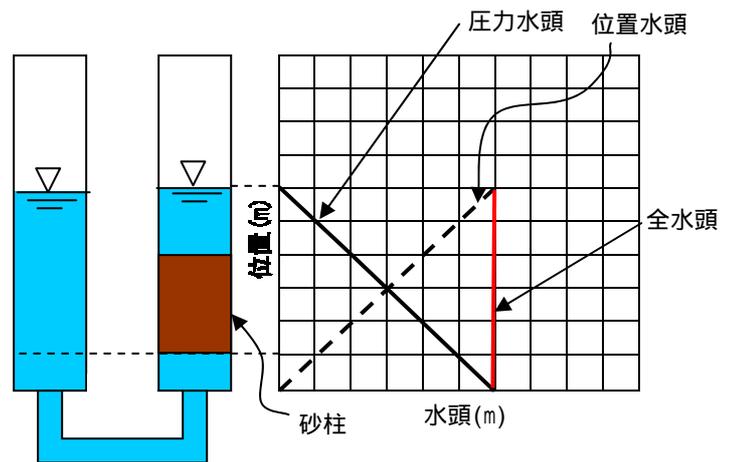


図 6

(5)パイプ内の各断面に働く圧力

図 6 のように、2つのパイプの水位が等しく、砂柱内には水が流れない場合から、順を追って考える。この場合、右側のパイプ内の全水頭、位置水頭、圧力水頭は図 6 に示す通りだが、パイプ内の各断面で作用する鉛直方向の圧力の分布について考えてみる。ひとくちに圧力と言っても、この場合には、すでに示している圧力水頭で表されている「水だけの圧力（水圧）」と、砂柱の重量を含む「全体の圧力」がある。

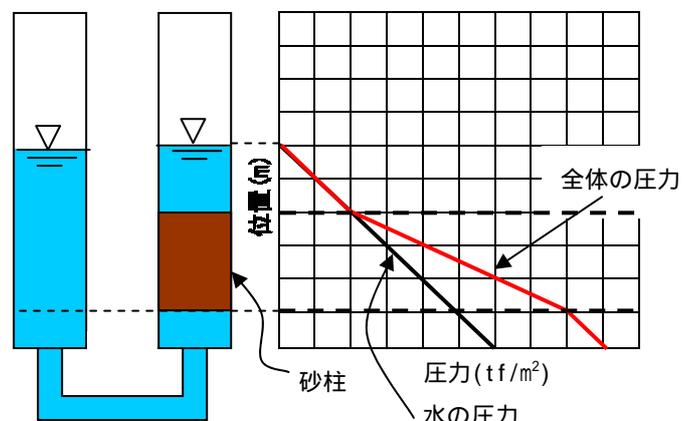


図 7

砂柱を構成する砂の飽和単位体積重量 γ_{sat} が $2(\text{tf}/\text{m}^3)$ であった時、右側のパイプの鉛直方向の圧力の分布は図 7 のようになる。

(a)砂柱を含む全体の圧力分布

$z=4 \sim 6(\text{m})$ ：鉛直方向の圧力は水圧のみを考え、水の単位体積重量で計算する。

水の単位体積重量を $\gamma_w = 1(\text{tf}/\text{m}^3)$ とすると、 $z=6(\text{m})$ で $0(\text{tf}/\text{m}^2)$ 、 $z=4(\text{m})$ で $2(\text{tf}/\text{m}^2)$ となる。

$z=1 \sim 4(\text{m})$ ：水も含んだ砂柱の重量で計算する。

砂柱の飽和単位体積重量が $\gamma_{sat} = 2(\text{tf}/\text{m}^3)$ であるので、 $3(\text{m})$ の砂柱があれば、砂柱上端から下端までに $2(\text{tf}/\text{m}^3) \times 3(\text{m}) = 6(\text{tf}/\text{m}^2)$ の圧力増分がある。結局、水の上端から含めて考えれば、砂柱下端の圧力は $2+6=8(\text{tf}/\text{m}^2)$ となる。

$z=0 \sim 1(\text{m})$ ：再び水のみとなるので、砂柱下端より、 $1(\text{m})$ 分の水圧 $1(\text{tf}/\text{m}^2)$ が加算されて、 $z=0(\text{m})$ の基準面では、合計 $9(\text{tf}/\text{m}^2)$ の圧力が鉛直に作用することになる。

この全体の圧力は、右側のパイプの各深さにおいて、それ以深の水と砂を全部まとめて計った重量を、パイプの断面積で割ったようなものに等しい。左側のパイプの水位には無関係であることに注意する。

(b)水圧分布

2つのパイプの水位が等しく、水は静置しているので、水圧の分布は「静水圧」分布となる。すなわち、水の単位体積重量 \times 深さ で水圧分布は算定でき、右側のパイプの水圧分布は上から下まで一直線となる。

(c)全応力、有効応力、間隙水圧

水だけの部分には圧力は水圧しか存在しないが、砂柱の部分では、「水圧」と「全体の圧力」を考えなければならない。砂柱の区間だけ考えると、「全体の圧力」は「全応力」と呼び、「水圧」は「間隙水圧」と呼ぶ。また、「全応力」と「間隙水圧」の差を「有効応力」と呼ぶ。すなわち、

$$\text{「全応力」} = \text{「有効応力」} + \text{「間隙水圧」}$$

この場合の有効応力は、砂柱の各深さにおいて、通水性の金網（砂はこぼれない網）を差し込んだ時に、その金網に作用する圧力に等しい。全応力は砂と水の重量で決まる絶対的なものであるが、有効応力は間隙水圧の値と密接に関連していることに注意する。図7のように左右のパイプの水位が等しい静水圧状態の時には、有効応力 = 砂の水中単位体積重量 × 砂柱の深さ で算定可能だが、左右のパイプの水位が異なる場合には、このように単純に有効応力は算定できない（後述する透水力の概念を用いなければならない）。

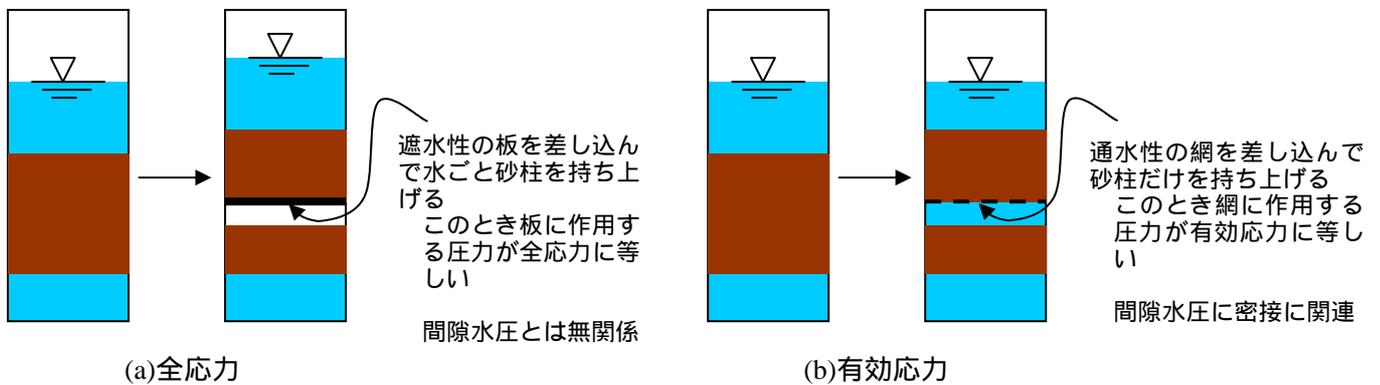
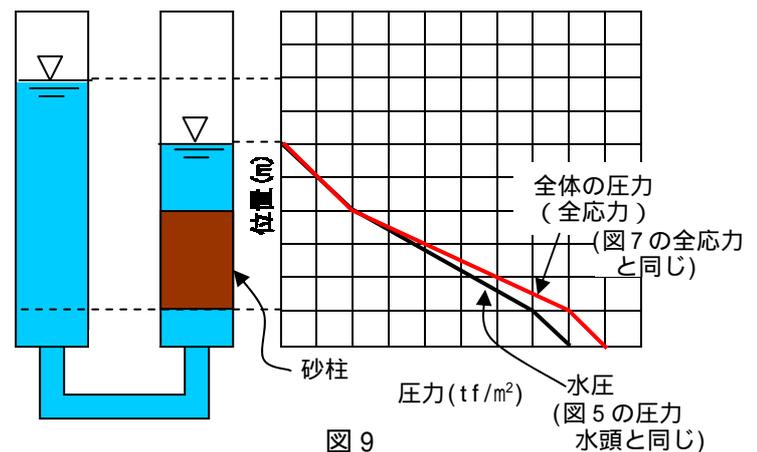


図8 一次元場での全応力と有効応力の考え方

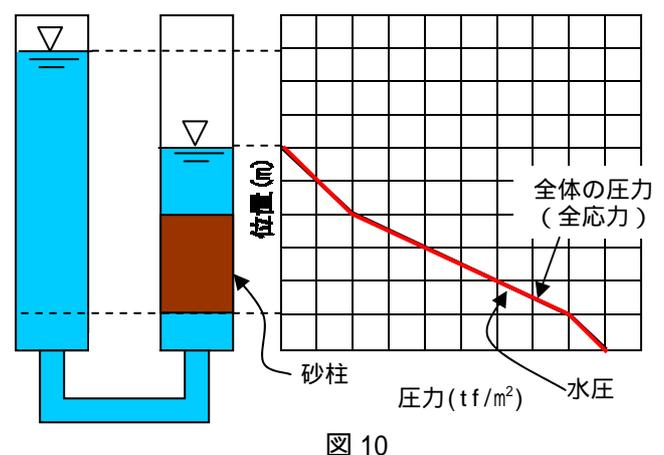
(6)上向き浸透場での全応力，間隙水圧，有効応力

図5に示した上向き浸透場での砂柱の全応力と間隙水圧について考える。全応力は、右側のパイプの砂と水の重量だけで決まる絶対的なものなので、図7と全く同じ。砂柱下端での間隙水圧は、左側のパイプの水位の上昇にあわせて増加し、図5の圧力水頭となる。そのため、全応力から間隙水圧を引いて求められる有効応力は、砂柱下端において $1(\text{tf}/\text{m}^2)$ となり、かなり小さくなる。



(7)クイックサンド現象

さらに、左側のパイプの水位が1(m)上昇する場合を考える。全応力は不変であるが、水圧はさらに上昇し、砂柱の中においても全応力と間隙水圧は一致する。すなわち、砂柱全体を通して、有効応力はゼロとなる。このとき、砂柱上端に網でも被せておかない限り、砂は水とともに沸き上がるような現象（ボイリング）を呈する。この現象を、見た目からボイリングと呼んだり、クイックサンド現象と呼んだりする。また、クイックサンド現象が起こる時の動水勾配を、限界動水勾配と呼ぶ。



(8)限界動水勾配と透水力

(a)全応力，間隙水圧，有効応力の式示

この節から簡単のため座標の取り方を変える。図9から図10を通して、砂柱の下端から計測して、右のパイプの水位を H_1 、左のパイプの水位を H_2 とし、砂柱の高さを z とする

・砂柱の下端に上から作用する圧力： $\gamma_{sat} \cdot z + \gamma_w \cdot (H_1 - z)$

・砂柱の下端に下から作用する圧力： $\gamma_w \cdot H_2$

・砂柱の下端での圧力の差 p ：

$$p = \{\gamma_{sat} \cdot z + \gamma_w \cdot (H_1 - z)\} - \gamma_w \cdot H_2 = (\gamma_{sat} - \gamma_w) \cdot z - (H_2 - H_1) \cdot \gamma_w = \gamma' \cdot z - (H_2 - H_1) \cdot \gamma_w \quad (4)$$

ただし、 $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ であり、 γ' は水中単位体積重量である。

この p の値が正ならば、砂は下から支えられている状態であり、安定している。この p が（鉛直方向の）有効応力そのものであり、新たに σ'_v と表記する。また、（鉛直方向の）全応力は、上から作用する圧力であるが、新たに σ_v と表記する。

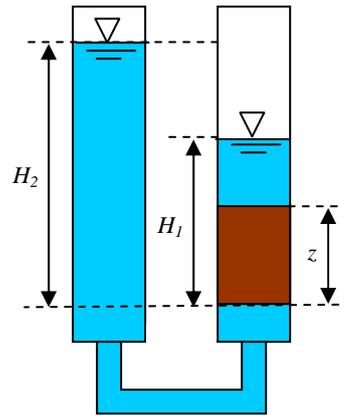


図 11

結果として、砂柱下端での全応力、間隙水圧、有効応力は、

$$\text{全応力} : \sigma_v = \gamma_{sat} \cdot z + \gamma_w \cdot (H_1 - z) \quad (5)$$

$$\text{間隙水圧} : u = \gamma_w \cdot H_2 \quad (6)$$

$$\text{有効応力} : \sigma'_v = \gamma' \cdot z - (H_2 - H_1) \cdot \gamma_w \quad (7)$$

であり、 $\sigma_v = \sigma'_v + u$ が成り立つ（有効応力の原理）。

(b) 透水力

有効応力の式を z で微分して、砂柱内での勾配を計算する。すなわち、

$$\frac{d\sigma'_v}{dz} = \gamma' - \frac{d(H_2 - H_1)}{dz} \cdot \gamma_w = \gamma' - i \cdot \gamma_w \quad (\text{下向きを正}) \quad (8)$$

ただし、 i は砂柱内の動水勾配

静水圧の状態（図 7）であれば、有効応力は

$$\frac{d\sigma'_v}{dz} = \gamma' \quad (9)$$

と表され、式(8)の積分形すなわち、 γ' に深さ z をかけることにより、有効応力は計算できるが、砂柱内に水の流れがある場合には、動水勾配を考慮して式(9)を用いて計算しなければならない。

式(9)中の $i \cdot \gamma_w$ を透水力と呼び、動水勾配に応じて加わる力である。透水力は、重力と同様に土の内部に直接作用する物体力である。ようするに、透水力は水が砂柱中の小さな間隙の中を流れる時にうける抵抗の反作用として、砂に作用する力である。

式(9)の両辺がゼロになり、境界においても σ'_v がゼロであれば、砂柱のいたるところで σ'_v はゼロになる。すなわち、これがクイックサンド現象の発生条件であり、クイックサンド発生時の動水勾配を限界動水勾配 i_c と呼ぶ。

$$\frac{d\sigma'_v}{dz} = \gamma' - i_c \cdot \gamma_w = 0 \quad \therefore i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w} (= \frac{G_s - 1}{1 + e}) \quad (10)$$

これは、クイックサンドが発生する時の 2 つのパイプの水位差は、式(10)の限界動水勾配から求めることができるが、式(7)の有効応力をゼロに等置することにより直接求めることもできる。（もともと同じ式なのだから当然であるが）

$$\sigma'_v = \gamma' \cdot z - (H_2 - H_1) \cdot \gamma_w = 0 \quad \therefore H_2 - H_1 = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \cdot z = i_c \cdot z = \frac{G_s - 1}{1 + e} \cdot z \quad (11)$$

これらの式より、図 9 の状態から、あとどれくらい左側のパイプの水位を上げたら、クイックサンド状態になってしまうかを予測することができる。

(9) 2次元場でのクイックサンド現象

では実際にクイックサンド現象が発生すると、どのようなことが起こるのかについて見てみる。図12は矢板と呼ぶ仕切り板を砂地盤の中央に立てて、左側の水位だけを上昇させて2次元浸透場を観察するための装置である。(フローネットの描き方を練習したお馴染みの条件)。矢板を挟んで左右の水位差がそれほど大きくない時は、左から右に流れる浸透場が現れるだけであるが、水位差が開きすぎると、図10の1次元問題と同様に、やがてクイックサンドを起こす。実際に観察した写真を図13に示す。

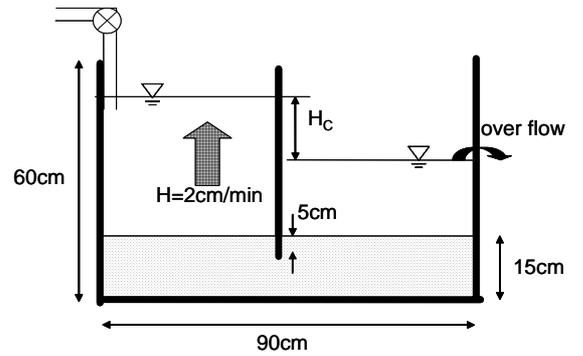


図12 2次元浸透模型

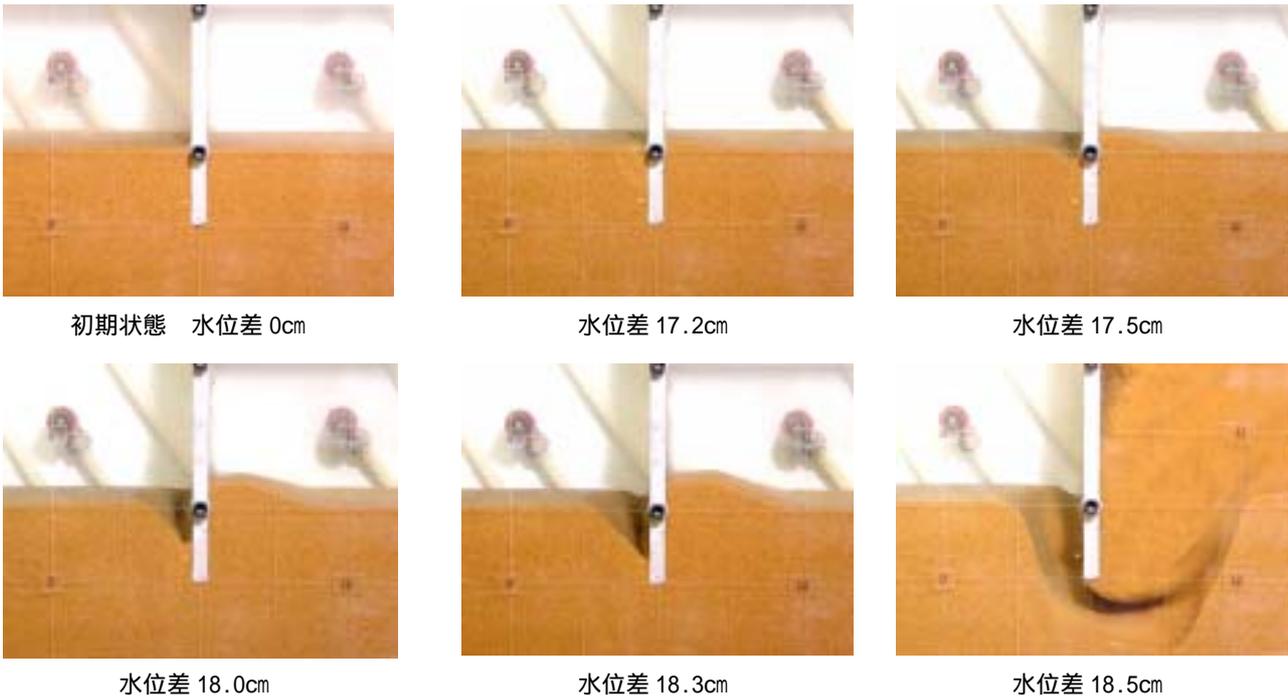


図13 2次元浸透場での実際のクイックサンド現象

水位差 17.2cm で矢板左側の砂がわずかに隆起しはじめてから、左右の変形が進行し、水位差が 18.5cm になった時に、完全に砂地盤が液体状に破壊してしまった。これが典型的なクイックサンド現象である。また、破壊時には液体状に砂地盤が吹き上がり、水が沸騰するように見えるので、ボイリングとも呼ぶ。

(10) 2次元場でのクイックサンド現象の安定性の検討

(a) 一次元的な検討方法

図13の問題における安定性を限界動水勾配の概念を用いて検討する。まず単純に、動水勾配が最も大きくなる部分で1次元的に安定性の検討を行う。

動水勾配は、「全水頭の増分」を「地盤内の流線の長さ」で割って求められる。この問題での最も流線が短い部分は、矢板に沿った部分(図14中の矢印で示したところ)であり、矢板の根入れ長が5cm、矢板の厚さが1cmとすれば、最も短い流線の長さは、 $5+1+5=11\text{cm}$ となる。

また、地表面は等ポテンシャル(全水頭)線であるので、全水頭の増分は、矢板を挟んだ左右の水位差 ΔH に等しい。

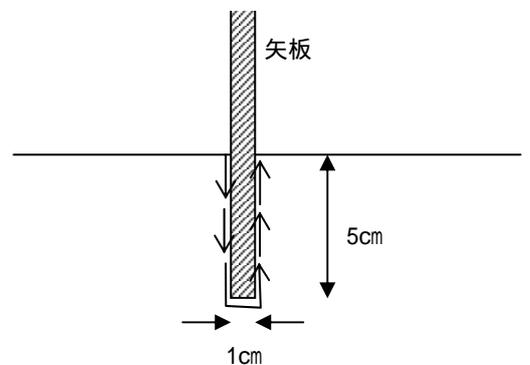


図14

したがって、この問題で、最も大きい動水勾配は $i = \Delta H / 11$ となる。

この動水勾配が限界動水勾配になるときの ΔH を具体的に計算してみる。

図 13 に示した実験に用いた砂は、比重 $G_s = 2.7$ 、間隙比 $e = 0.8$ である。したがって、限界動水勾配 i_c は、

$$i_c = \frac{G_s - 1}{1 + e} = \frac{2.7 - 1}{1 + 0.8} = \frac{1.7}{1.8} = 0.94$$

最も大きな限界動水勾配 $i = \Delta H / 11$ が i_c に等しかったとして、

$$\Delta H / 11 = 0.94 \quad \therefore \Delta H = 10.3 \text{ cm}$$

実際に破壊した水位が約 18cm であったことを考えると、この検討方法はかなり安全側の検討であることがわかる。実際の地盤の条件（間隙比や土の均一性等）はかなり不確実なものであり、かつこの検討法が簡単かつ必ず安全側にあることから、実務では第一の検討法として、この手法が用いられることがある。

(b) Terzaghi (テルツァギ) の検討方法

(a) で示した方法はいくら安全側とはいえ、現実の限界水位差とはかなり隔たりがあった、その理由は、図 13 の写真でも示されているように、クイックサンドの発生時には、矢板に沿った地盤だけが壊れるのではなく、矢板からある程度の幅を持った塊が変形して破壊するからである。Terzaghi は実際の破壊領域に着目して、破壊の影響範囲を図 15 に示すように、矢板の根入れの半分の幅と定め、その領域の土塊とその下端に働く水圧との釣り合いを検討することにより、2 次元浸透破壊の安定性を検討した。

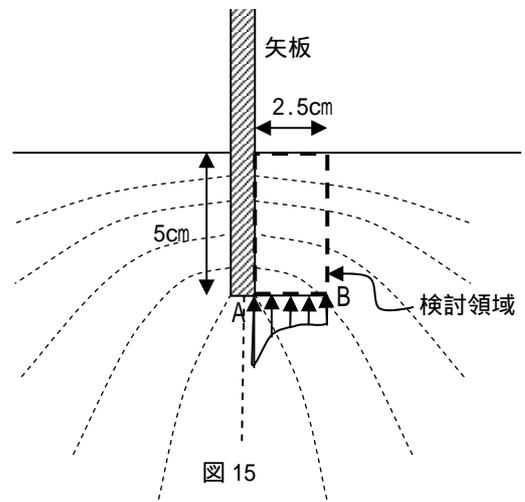


図 15 のように等ポテンシャル線があると仮定する。安定性を検討する領域の下端の A 点および B 点での間隙水圧は、水位差 ΔH を用いて、それぞれ、

$$A \text{ 点} : \frac{5}{11} \Delta H \cdot \gamma_w, \quad B \text{ 点} : \frac{4}{11} \Delta H \cdot \gamma_w$$

A 点から B 点へ実際の間隙水圧の分布形は図 15 に示すような曲線になるが、簡単のため直線分布と仮定する。その時、検討領域の下側から作用する間隙水圧の増分^{注)}の合力は、

$$\frac{9}{22} \times 2.5 \Delta H \cdot \gamma_w = 1.023 \Delta H \cdot \gamma_w \quad \text{注) 矢板を挟んでの水位差は、静水圧からの増分の水圧となる。}$$

となる。一方、検討領域の水中重量^{注)}は、

$$5 \times 2.5 \times \frac{G_s - 1}{1 + e} \gamma_w = 5 \times 2.5 \times \frac{2.7 - 1}{1 + 0.8} \gamma_w = 11.81 \cdot \gamma_w$$

となる。注) 力の釣り合いを考える際に、間隙水圧が静水圧からの増分で考えているために、ここでは、水中単位体積重量を用いて計算する。

最終的に、上の 2 つの式の釣り合いを考えると、

$$1.023 \Delta H \cdot \gamma_w = 11.81 \gamma_w \quad \therefore \Delta H = 11.54 \text{ cm}$$

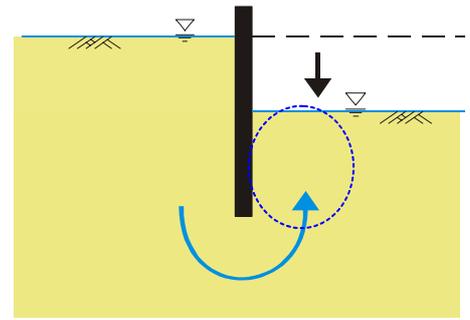
となり、(a) の 1 次元的な検討よりも多少は、実際の値に近づく。

そうであっても、まだまだ現実の値から少し遠いのには、砂の摩擦性材料の性質や、進行性破壊等、様々な複雑な要因がある。数値解析では、ある程度それら複雑な要因を取り入れて解析することができるために、より現実的な値を計算することが可能である。

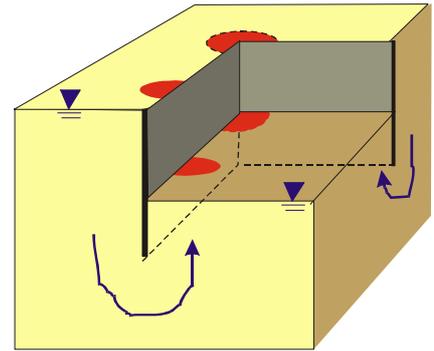
(11) 実務におけるクイックサンド現象の例

実際の土木施工の現場でクイックサンドが問題になるのは、今までの例と同様に、矢板を挟んで水位差がついてしまうことにより、左右いずれかだけに上向きの浸透流が発生し、土を押し上げて壊してしまうことによる。実務では、その水位差が付く状態は、図 16 のように、矢板を地盤に打ち込んでから、地盤を掘削工事する際によく現れる。図 16(a) に示すように、矢板右側を掘削する場合、掘削面まで地下水を抜いてドライにすることが多い。その際、左右には大きく水位差がつくことになる。

また、実際の施工は、図 16(b) に示すように、3次元であり、建物の基礎を建設するような場合には、図のような掘削をすることが頻繁にある。その場合、2次元のように全体的にクイックサンドが発生する場合ばかりではなく、図に示すような隅角部や局所的に弱い部分だけが浸透破壊することが多い。このような、局所的なクイックサンドをパイピングと呼ぶ。パイピングは、はじめは局所的なものであるが、すぐに地盤全体の破壊も引き起こすことがほとんどで、非常に危険な現象である。



(a) 2次元の掘削



(b) 3次元の掘削

図 16 掘削に伴うクイックサンド

(12) 実務におけるクイックサンド現象の実例（東京湾アクアライン建設工事中的出水事故）

