

解答例

平成16年度土質力学I及び演習（B班）演習
（平成16年7月14日実施）

【1】

右の図のような応力状態があったとする。

モールの応力円を用いて、図のように水平面から

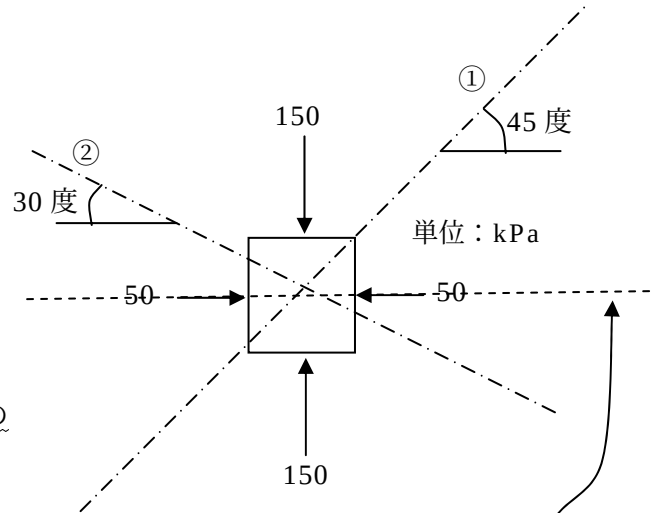
①45度と②30度傾いた面に作用する応力ベクトルの

垂直応力成分*とせん断応力成分*の大きさと向きを求めよ。

ただし、各応力成分の向きは図で正確に示すこと。

（*注：単に垂直応力，せん断応力と呼ぶことも多い）

なお、用極法を用いても用いなくても、極の位置をモールの応力円上に正確に示しなさい。



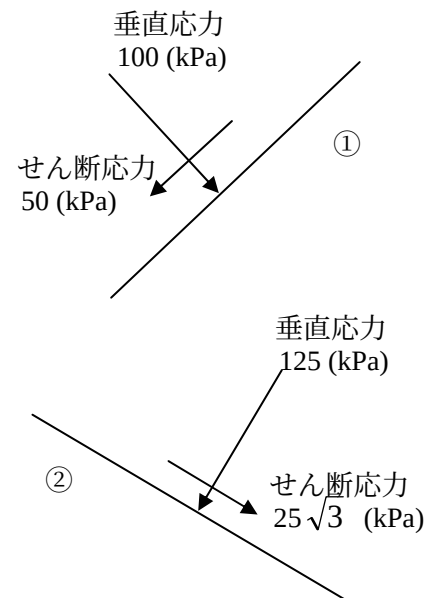
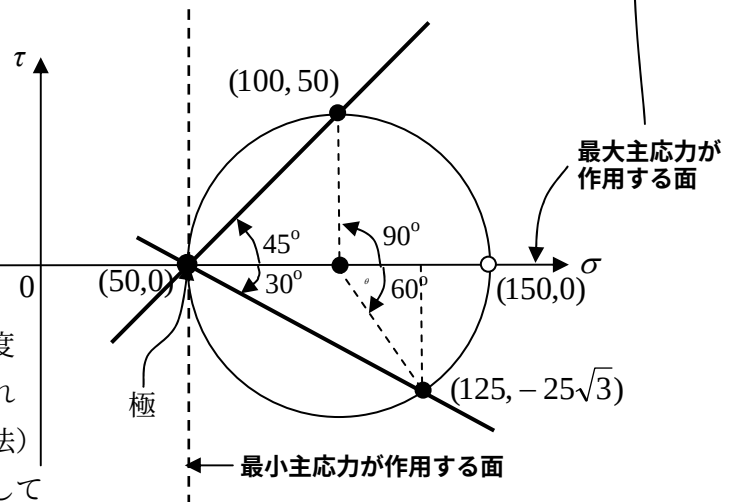
【解答と解説】

最小主応力 50kPa が作用している面は、鉛直面であるので、(50, 0)そのものが極となる。また、最大主応力 150kPa が作用しているのが水平面であるので、(150, 0)を通る水平線を引いたときの、その線と円周との交点が極なので、やはり(50, 0)が極である。

水平面から反時計回りに 45 度および時計回りに 30 度傾いた面に作用する応力は、極を通るようにしてそれぞれの面を直接モールの応力円上に描き込む（用極法）か、あるいは円の中心を基準にして、水平面に作用している最大主応力の点(150, 0)を反時計回りに 90 度および時計回りに 60 度（それぞれ実際の傾きの 2 倍の角度）

回転することによっても、①(100, 50) および②(125, $-25\sqrt{3}$) が得られる。

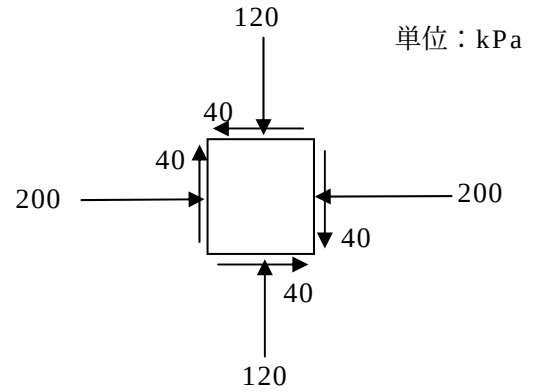
最終的にそれぞれの応力点の垂直応力とせん断応力を図示すると、右の図のようになる。せん断応力の向きは、①の場合は正の値なので、モールの応力円の約束より、反時計回りのモーメントを発生させる向きとなる。また、②の場合が負の値であるので、逆に時計回りにモーメントを発生させる向きとなる。結局いずれの面においても、最大主応力が鉛直下向きであるので、せん断応力は斜め下向きになる。



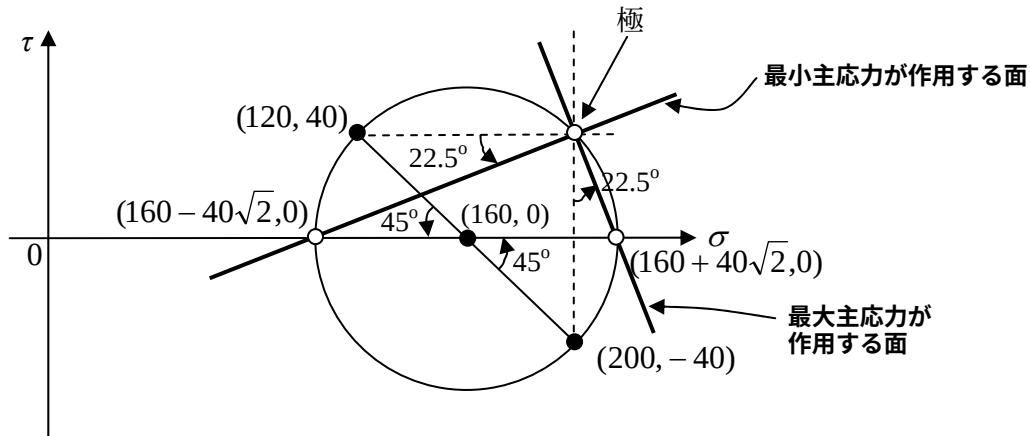
【2】

右の図のような応力状態があったとする。

モールの応力円を用いて、最大主応力および最小主応力の大きさとそれぞれが作用する面が水平面からどれだけ、どの方向に傾いているか答えよ。必要があれば図示せよ。
 なお、用極法を用いても用いなくても、極の位置をモールの応力円上に正確に示しなさい。



【解答と解説】



垂直応力 120kPa が作用する水平面には、反時計回りのモーメントを発生させる向きのせん断応力 40kPa が作用しているため、モールの応力円上には(120, 40)の点として描かれる。一方、垂直応力 200kPa が作用する鉛直面には、時計回りのモーメントを発生させる向きのせん断応力 40kPa が作用しているため、モールの応力円上には(200, -40)の点として描かれる。したがって、この2点を直径とするモールの応力円を描くことができる。

極は、(120, 40)からその応力が作用する水平面を引いた時に、その線と円周が交差する点(200, -40)である。

最大および最小主応力の値は、モールの応力円の半径が $40\sqrt{2}$ であることから、それぞれ $160 + 40\sqrt{2}$ および $160 - 40\sqrt{2}$ となる。また、それぞれが作用する面は、極とそれぞれの応力点を結んだ線で表すことができる（用極法）。すなわち、最大主応力が作用する面は、鉛直面から 22.5 度だけ反時計回りに回転した面であり、最小主応力が作用する面は、水平面から 22.5 度だけ反時計回りに回転した面である。

用極法を用いなくても、最大主応力が作用する面は(200, -40) が作用する面（すなわち鉛直面）から反時計回りに $45/2=22.5$ 度回転した面であり、最小主応力が作用する面は(120, 40) が作用する面（すなわち水平面）から反時計回りに $45/2=22.5$ 度回転した面であることがわかる。

【3】

正規圧密粘土を用いて三軸圧縮試験を行った。以下の問いに答えなさい。

- ① 有効拘束圧 100kPa で等方圧密を行った後、排水条件でせん断を行った。その結果、軸差応力 200kPa で粘土の供試体は破壊に至った。正規圧密粘土なので $c_d = 0$ と仮定して、 ϕ_d の値を求めよ。
- ② ①と同じ有効拘束圧で等方圧密を行った後、今度は非排水条件でせん断を行った。その時、破壊時に粘土供試体中に発生した間隙水圧が 50kPa であったとして、破壊時の軸差応力を求めよ。ただし、①の排水せん断条件では、粘土供試体内に過剰間隙水圧を発生させないように非常にゆっくりとせん断試験を行ったので、常に全応力=有効応力と考えることができ、 $c_d = c'$ 、 $\phi_d = \phi'$ と考えることができる。
- ③ ②の結果より強度増加率 c_u / p を求めよ。
- ④ この正規圧密粘土を採取したのと同じ粘土地盤において、深さ 10m の位置で採取した粘土の一軸圧縮強度が $q_u = 100\text{kPa}$ であった。では、深さ 20m の位置で採取した粘土の一軸圧縮強度を③の結果を用いて推定せよ。

【解答と解説】

- ①有効拘束圧 100kPa で等方圧密を行っている
ので、圧密過程を終了した時点では、粘土
供試体の中の間隙水圧はゼロになっている
ので、全応力と有効応力は等しく

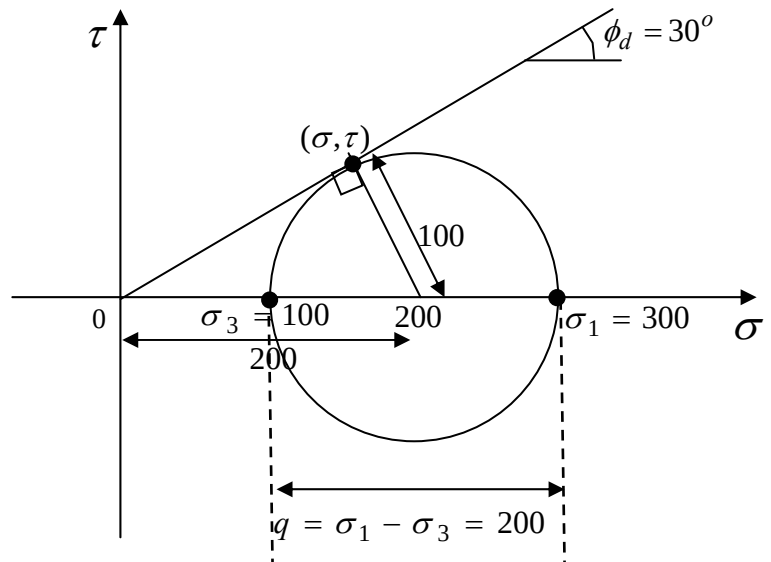
$$\sigma_3 = \sigma_3' = 100 \text{ kPa} \text{ である。}$$

三軸試験のせん断過程では、 σ_3 を一定にした
まま σ_1 のみが増加されてゆく。したがっ
て、破壊時に

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = 200 \text{ とすれば,}$$

$$\sigma_1 = 300$$

となる。ここでは、排水せん断試験を考えて
いるためせん断中には間隙水圧が常にゼロ
なので、有効応力と全応力を区別する必要
はない。



破壊時の最大と最小の主応力 σ_1 および σ_3 がわかったのでモールの応力円を描くことができる。

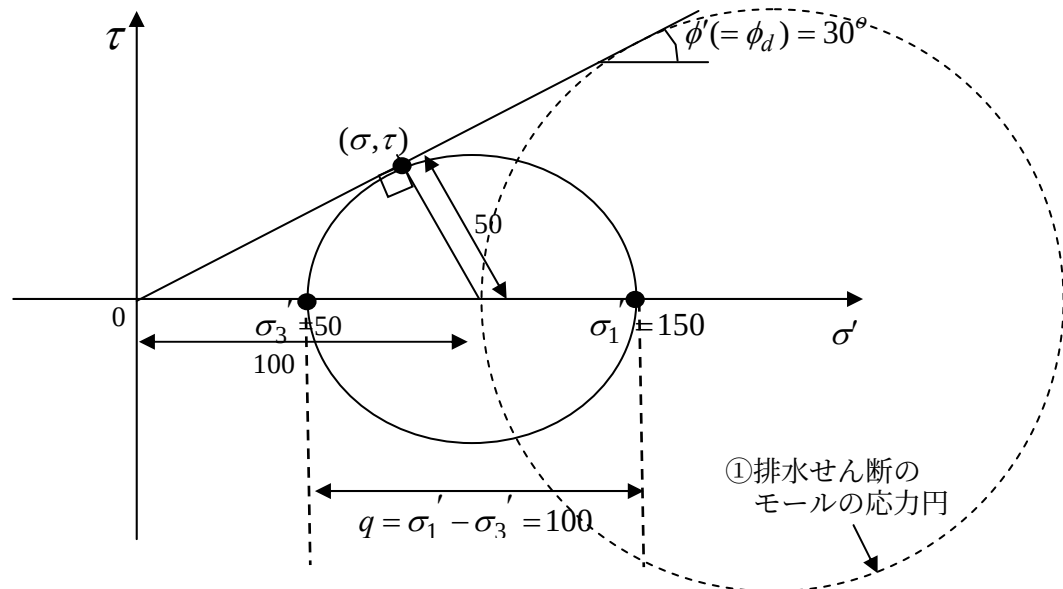
ここで問題の題意より、 $c_d = 0$ 、すなわちモール・クーロンの破壊規準が原点を通ることを仮定すれば、モールの応力円がひとつしかなくても、破壊規準（ここではモールの応力円の包絡線（接線））を決めることができる。この問題で与えられた具体的な数値を考慮して、幾何学的な関係より、モール・クーロンの破壊規準は、 $\tau = \sigma \tan 30^\circ$ であることがわかる。

結局、 $\phi_d = 30^\circ$

- ②①からモール・クーロンの破壊規準が $\tau = \sigma \tan 30^\circ$ と求められており、それを有効応力の破壊規準とみなして問題を解く。

非排水せん断では、全応力の拘束圧 σ_3 は常に一定であるが、せん断中の間隙水の出入りを許さないために供試体中に間隙水圧が発生する。そのため、せん断中の有効拘束圧 $\sigma_3' (= \sigma_3 - u)$ は間隙水圧 u に応じて変動する（ u が増加すれば σ_3' は減少する）。この問題では、破壊時の間隙水圧が 50kPa であるとしているので、破壊時の σ_3' は $\sigma_3' = 100 - 50 = 50$ となる。破壊規準が決まっており、破壊時の σ_3' が

わかれば、あとは右図のように、破壊規準線に接する有効応力表示のモールの応力円を描けば、破壊時の σ_1' を得ることができる。結局、 $\sigma_1' = 150 \text{ kPa}$ なので、破壊時の軸差応力は $q = \sigma_1' - \sigma_3' = 100 \text{ kPa}$ である。



③強度増加率の算定は、間隙水圧の測定を想定していない CU 試験から得られる情報であり、全応力（すなわち $\phi_u = 0$ ）で考える。

間隙水圧を考えなければ、この試験で得られている情報は、等方圧密応力 $p = 100 \text{ kPa}$ で圧密した粘土の非排水せん断強度が

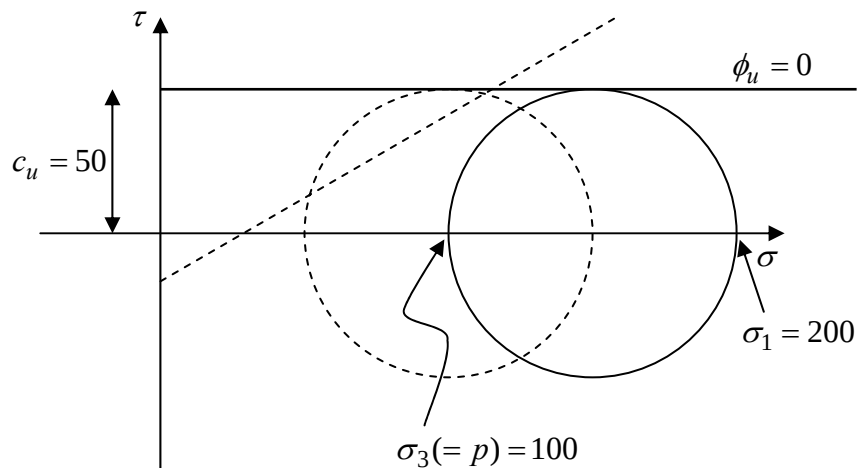
$$c_u = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 50$$

であるということだけである。

ここでの p は、平均有効応力ではなく、圧密試験のところで使ったのと同じで単なる圧密応力というだけの意味である。

したがって、強度増加率は、 $p = 0 \text{ kPa}$ の時に $c_u = 0 \text{ kPa}$ と仮定できれば、

$$\frac{c_u}{p} = \frac{50}{100} = 0.5 \quad \text{となる。}$$



④正規圧密粘土地盤なので、過去にうけた最大の応力は、現在の有効土被り圧と等しいと考えられる。深さ z の位置で、粘土が現在受けている圧密応力は、粘土の有効単位体積重量（水中単位体積重量）を γ' とすれば、 $p(z) = \gamma' \cdot z$ と表すことができる。また、一軸圧縮強度 q_u と非排水せん断強度 c_u の関係は $c_u = q_u / 2$ であることより、深さ 10 m に対して以下の式が成り立つ。

$$\frac{c_u}{p} = \frac{(q_u / 2)}{\gamma' \cdot z} = \frac{(100 / 2)}{\gamma' \cdot 10} = 0.5 \quad \text{よって、} \gamma' = 10$$

深さ 20 m での圧密応力は $p = \gamma' \cdot z = 10 \times 20 = 200$ であるので、深さ 20 m での一軸圧縮強度 q_u は

$$\frac{c_u}{p} = \frac{(q_u / 2)}{200} = 0.5 \quad \text{より} \quad \underline{q_u = 200}$$

（単に、強度増加率が一定であることを使って、 $\frac{c_u}{p} = \frac{(100 / 2)}{\gamma' \cdot 10} = \frac{(q_u / 2)}{\gamma' \cdot 20}$ から求められる）