土質力学Ｉ及び演習（Ｂ班：小高担当）

第４回小テスト(2004.5.26 実施)の解答

盛土構築前の粘土層からサンプリングした粘土で圧密試験を行ったところ，圧密降伏応力が $p_c = 130$(kN/m²)であり，圧縮係数 C_c=0.2，膨潤係数 C_s=0.02 であった。盛土構築前および盛土構築をして十分時間が経過して圧密が完了した時の粘土の有効応力を粘土層中央深さ(深度 8m のところ)で算定し，粘土層の圧密沈下量を予測せよ。ただし，盛土構築前の粘土の初期の間隙比は深さに関係なく 0.8 としなさい。

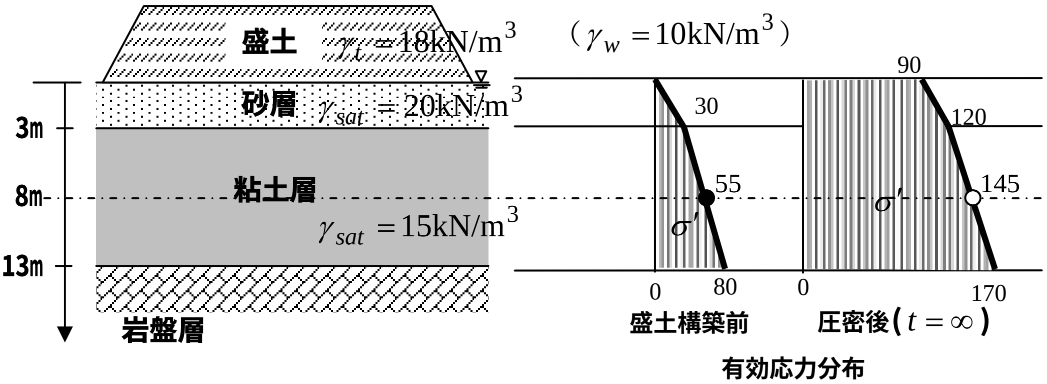


図-1

粘土層中央深さ(深度 8m)での有効応力は，盛土構築前と盛土構築から十分に時間が経過して圧密した後，それぞれにおいて，

構築前：$\sigma' = 5z + 15 = 5 \times 8 + 15 = 55$ (kN/m^2)

圧密後：$\sigma' = 5z + 105 = 5 \times 8 + 105 = 145$ (kN/m^2)

$e \sim \log p$ 関係で示せば，図-4 のようになる。

過圧密領域での間隙比増分 Δe_1 は,

$$\Delta e_1 = C_s \log \frac{p_c}{p_0} = 0.02 \times \log \frac{130}{55} = 0.00747$$

正規圧密領域での間隙比増分 Δe_2 は,

$$\Delta e_2 = C_c \log \frac{(p_0 + \Delta p)}{p_c} = 0.2 \times \log \frac{145}{130} = 0.00948$$

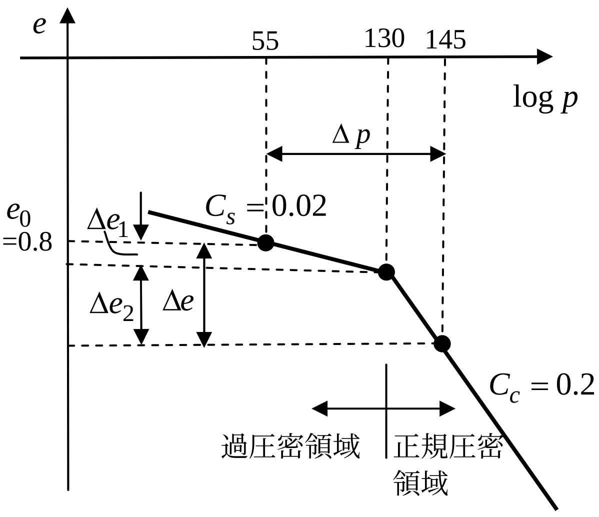


図-2

結局，最終沈下量は,

$$\rho_f = \int_0^H \varepsilon \, dz = \underline{\frac{-\Delta e}{1+e_0} \int_0^H dz = \frac{e_0 - e}{1+e_0} H} = \frac{(0.00948 + 0.00747)}{1+0.8} \times \underline{10\text{(m)}} = 0.094\text{(m)} = \underline{9.4\text{(cm)}}$$

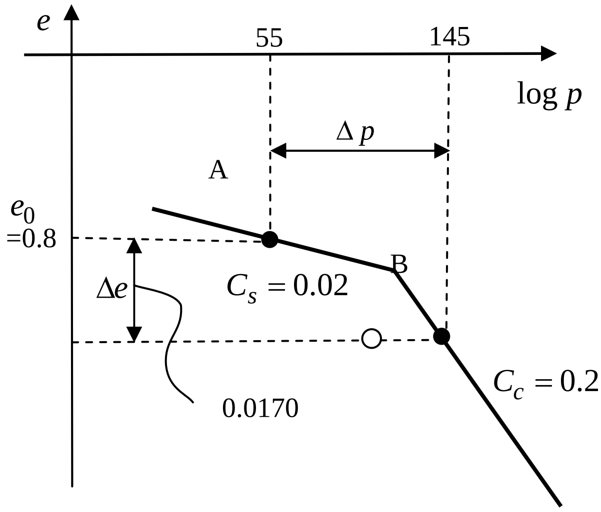
※用いる層厚 H に注意！

$\Delta e = e - e_0$：5/26 の講義での説明が間違っていました。すみません

最終沈下量の算定における有効応力の決め方

この例題においては，粘土層の中間深さ（深度 8m）における有効応力の値を粘土層全体の代表値とした。ここでは，復習をかねて，**<u>中間深さでの有効応力を代表値として計算に使用する</u>**ことの妥当性について考える。

1．粘土層全体を均質（上から下まで e も p もすべて同じ）と仮定する場合



下線部の仮定は,「層厚 10m ある粘土層は上から下まですべて均質とみなし，初期有効応力も間隙比も同一の値を用い，その値は粘土層の中間の深さの値とする」ということである。すなわち，粘土層内の有効応力と間隙比の関係は，一律右図の A 点から B 点へ変化すると仮定する。

すると**解答**にもあるように，間隙比の変化量は 0.0170 (= 0.00747+0.00948)となり，ひずみは

$$\Delta\varepsilon = \frac{-\Delta e}{1+e_0} = \frac{0.0170}{1+0.8} = 0.0094$$

となる。このひずみは，粘土層内のどの深さにおいても，盛土による圧密によって生じる共通の値であるので，粘土層全体の厚さを H，粘土層全体の圧縮量を ΔH とすれば，$\Delta\varepsilon = \Delta H / H$ である。したがって，粘土層全体での圧縮量は，$\Delta H = \Delta\varepsilon \cdot H$ となる。

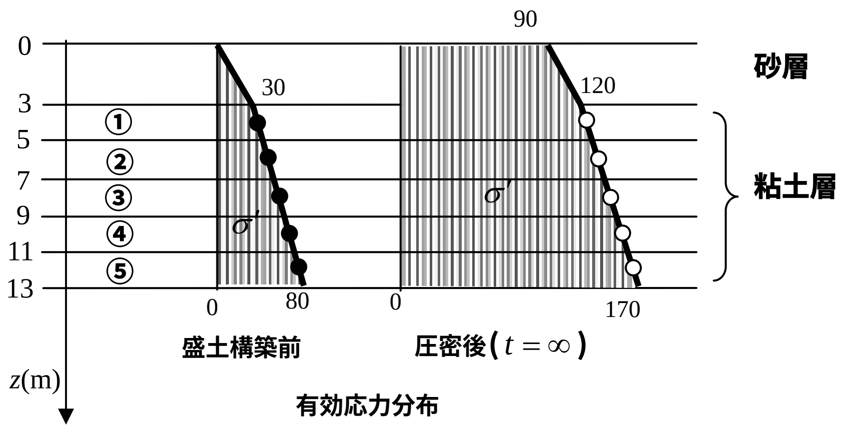
沈下量とは地表面で観測されるものであるが，粘土層の下が岩盤層であり，全く変形しないと仮定できるので，結局，最終沈下量 ρ_f は粘土層の圧縮量 ΔH そのものとなる。

最終的にこの問題では，$\rho_f = 0.0094 \times 10(\mathrm{m}) = 0.094(\mathrm{m}) = 9.4(\mathrm{cm})$　となった。

しかし，厚さ 10m もある粘土層で，初期の有効応力は深さ方向に変化していることがわかっているのに，粘土は均質一様であるという大胆な近似をしてよいのだろうか？

2．粘土層を 5 分割して沈下量を算定してみる

粘土層は上から下まですべて同じと考え，中間深さの間隙比や有効応力を粘土層全体の代表値とするのは乱暴すぎると思われるかもしれないので，取りあえずキリのよいところで，粘土層を 2m ずつ 5 分割してそれぞれの沈下量を求めてみる。



層	初期有効応力 (kN/m2)	圧密後有効応力 (kN/m2)	初期間隙比
①	35	125	0.804
②	45	135	0.802
③	55	145	0.800
④	65	155	0.799
⑤	75	165	0.797

上の表は各層を代表する初期有効応力と圧密後の有効応力の値を示すが，これは上図の●（初期有効応力）と○（圧密後の有効応力）で示した点の各層での中間深さでの値を用いることとする。また，初期間隙比 e_0 は，過圧密領域での e〜$\log p$ 関係

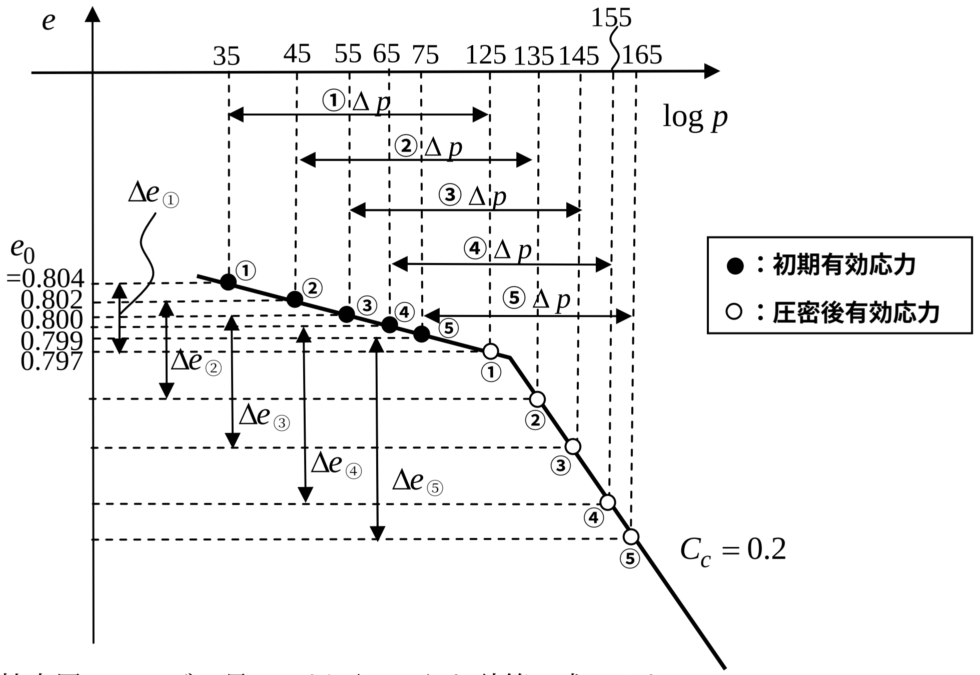
$$e_0 = e_1 - C_s \log p \qquad (C_s = 0.02)$$

を用いて求められる。すなわち，問題の初期条件は $p = 55(\mathrm{kN/m^2})$の時，$e_0 = 0.8$ としているので，これを代入することにより，$e_1 = 0.835$ が得られる。結局，

$$e_0 = 0.835 - 0.02 \cdot \log p$$

に各層の初期有効応力を代入することにより，上表に示す，各層の初期間隙比が求められる。

これらの値を参考にして，e～$\log p$ 図上で，各層での圧密前後の有効応力の変化を考えれば，下図のようになる。



したがって，各粘土層でのひずみ量は，以下のような計算で求められる。

粘土層①：　$\Delta\varepsilon = \dfrac{-\Delta e}{1+0.804} = \dfrac{1}{1+0.804} \times 0.02 \times \log(\dfrac{125}{35}) = 0.00613$ ← 過圧密領域のみを考える

粘土層②：　$\Delta\varepsilon = \dfrac{-\Delta e}{1+0.802} = \dfrac{1}{1+0.802} \times (0.02 \times \log(\dfrac{130}{45}) + 0.2 \times \log(\dfrac{135}{130})) = 0.00693$

粘土層③：　$\Delta\varepsilon = \dfrac{-\Delta e}{1+0.800} = \dfrac{1}{1+0.800} \times (0.02 \times \log(\dfrac{130}{55}) + 0.2 \times \log(\dfrac{145}{130})) = 0.00942$

粘土層④：　$\Delta\varepsilon = \dfrac{-\Delta e}{1+0.799} = \dfrac{1}{1+0.799} \times (0.02 \times \log(\dfrac{130}{65}) + 0.2 \times \log(\dfrac{155}{130})) = 0.0118$

粘土層⑤：　$\Delta\varepsilon = \dfrac{-\Delta e}{1+0.797} = \dfrac{1}{1+0.797} \times (0.02 \times \log(\dfrac{130}{75}) + 0.2 \times \log(\dfrac{165}{130})) = 0.0142$

以上のように各層でのひずみ量が計算されるので，各層の層厚はすべて 2(m)であるので，それぞれのひずみに層厚 2(m)をかければ，各層での圧密による圧縮量を得ることができる。

結局，最終沈下量は，全層の圧縮量の合計となり，

$$\rho_f = 0.00613 \times 2 + 0.00693 \times 2 + 0.00942 \times 2 + 0.0118 \times 2 + 0.0142 \times 2 = 0.0969(\mathrm{m}) = 9.7(\mathrm{cm})$$

となる。

1. の粘土層全体を均質とした計算結果と，ここで行った計算はここまで苦労して計算しても，最終沈下量の結局 3mm しか変わらない。10m の粘土層の沈下予測で，3mm しか変わらないということはそれほど大きな問題ではない※ので，結論として大胆とも思えるが，始めに計算した全層均質の仮定は，それほどいい加減なものではないことがわかる。

※都市での既設構造物があるところの近接施工では 1mm の沈下でも大問題となることもあるが，そういう所では，通常沈下予測などはあまりやらない。

3．（ダメ押しに）より厳密に沈下量を計算してみよう

ここまできたら，5 層分割などとケチなことを言わずに，より厳密に最終沈下量を算定してみる。

ひずみが深さ z の関数 $\Delta\varepsilon(z)$ だとすれば，最終沈下量は

$$\rho_f = \int_{z_1}^{z_2} \Delta\varepsilon(z)\,dz\ ,\quad H = z_2 - z_1$$，ただし，H ：粘土層厚，z_1 ，z_2 :粘土層上端，下端の深度

となる。実際，初期有効応力分布は深さによって異なり，それに伴い初期間隙比も異なるために，有効応力の増分 $\Delta\sigma'$ は一律 90(kN/m^2)であっても，一般にひずみが一定とはならない。これは，沈下量算定にあたり一定値と仮定している m_v が，厳密には深さ方向に変化すべきものであることに対応する。

では，問題の条件から深さ（あるいは有効応力）の連続関数として定義できるものを整理する。

間隙比 e は，e〜$\log p$ 関係を用いれば，過圧密領域では，$e_0(p) = e_1 - C_s \log p$　となる。

問題の初期条件，$p = 55$(kN/m^2)の時，$e_0 = 0.8$ を用いれば，$C_s = 0.02$ であるので，$e_1 = 0.835$ を得る。

結局，

$$e(p) = 0.835 - 0.02 \cdot \log p$$

ここで，p に粘土地盤の初期有効応力 p_0 を用いれば, 地盤内の初期間隙比 $e_0(z)$ が得られる。すなわち，

$$p_0 = \sigma' = \gamma' \cdot (z-3) + 30 = 5z + 15$$

を代入して，

$$e_0(z) = 0.835 - 0.02 \cdot \log(5z+15)$$

となる。ここで，z は粘土層の上端ではなく，砂層を含む地表面からの深度としていることに注意する。

次に，有効応力の増加による間隙比の変化量を上と同様に求めれば良い。圧密後の有効応力 p_f は，

$$p_f = \sigma' = \gamma' \cdot (z-3) + 30 + 90 = 5z + 105$$

であるので，圧密後に丁度，圧密降伏応力 p_c =130(kN/m^2)に達する深度は，

$5z + 105 = 130$　より，　$z = 5\,(\text{m})$　であるので，

3〜5m までの粘土層は初期から圧密後にかけて過圧密領域だけで考えることができ，5m〜13m の粘土層は初期は過圧密領域にあるが，圧密後正規圧密領域になるので，２つの領域をまたいで，間隙比の変化量を計算し，最終沈下量を求めることになる。すなわち，

$$\rho_f = \int_3^5 \frac{0.02}{1+(0.835-0.02\log(5z+15))}\log(\frac{5z+105}{5z+15})dz$$ ← 3〜5m までの粘土層の最終沈下量（すべて過圧密領域）

$$+\int_5^{13} \frac{0.02}{1+(0.835-0.02\log(5z+15))}\log(\frac{130}{5z+15})dz$$ ← 5〜13m までの粘土層の最終沈下量（過圧密領域分）

$$+\int_5^{13} \frac{0.2}{1+(0.835-0.02\log(5z+15))}\log(\frac{5z+105}{130})dz$$ ← 5〜13m までの粘土層の最終沈下量（正規圧密領域分）

以上の計算を手計算でやるには骨が折れるが, 定積分なので数値積分で数値解を得ることは簡単である。台形公式を使った数値積分を行えば，結局

ρ_f =0.09700(m)=9.7(cm)

となる。これは，5 層分割による計算とほぼ同一の値であり，また，全層均質の仮定とも 3mm しか差はない。

結論として，はじめの例題の仮定（粘土層中間深さの値を代表値とする）に大きな問題はない。